

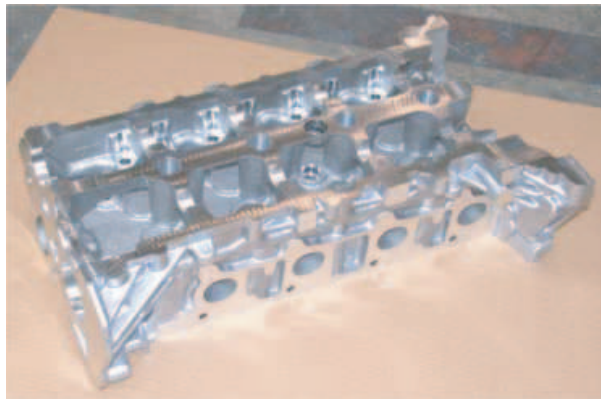
# Logique Combinatoire

## Compétences travaillées :

- Exprimer le fonctionnement par un ensemble d'équations logiques,
- Optimiser la représentation logique en vue de sa réalisation par simplification par calcul analytique ou par tableaux de Karnaugh,
- Analyser et décrire le comportement attendu,
- Exprimer le comportement attendu (représentation technique imposée),
- Réaliser les fonctions logiques (représentation technique imposée).

## 1 Étude d'un réseau industriel Ethernet<sup>1</sup>

L'entreprise Montupet conçoit, réalise, et produit des culasses pour des moteurs thermiques destinées à équiper les véhicules des grands constructeurs automobiles européens. La culasse compose la partie haute du moteur, elle permettra d'assurer la distribution dans les différents cylindres du mélange air et combustible servant pour la combustion. Les culasses sont réalisées par la technique de fonderie en coquille avec coulée de l'alliage d'aluminium par gravité. Des cavités intérieures réalisées dans la culasse permettent le passage du mélange de combustion et du liquide de refroidissement. Cette dernière subira donc des chocs thermiques, des chocs mécaniques, et devra être capable de résister à des contraintes mécaniques cycliques. La technique de réalisation par fonderie utilisée ici impose l'utilisation d'une coquille en acier, possédant l'empreinte des formes extérieures de la culasse, dans laquelle on positionnera des noyaux en sable pour la réalisation des cavités intérieures.



### 1.1 Présentation du réseau

Le réseau industriel utilisé pour la supervision de la ligne de production des culasses de moteurs est un réseau Ethernet 100 *Mbit/s*. Celui-ci relie notamment les différents automates, variateurs et l'ordinateur superviseur. Les données véhiculées sur le réseau sont notamment, les quantités de culasses traitées, les températures des postes de fonderie et du tunnel de refroidissement, l'état des différents capteurs, préactionneurs et variateurs de vitesse. Ces grandeurs sont transmises sur le réseau industriel en trame.

---

1. Adapté du sujet CCP TSI 2009

**Objectifs : Analyser la mise en œuvre du protocole de communication ethernet.**

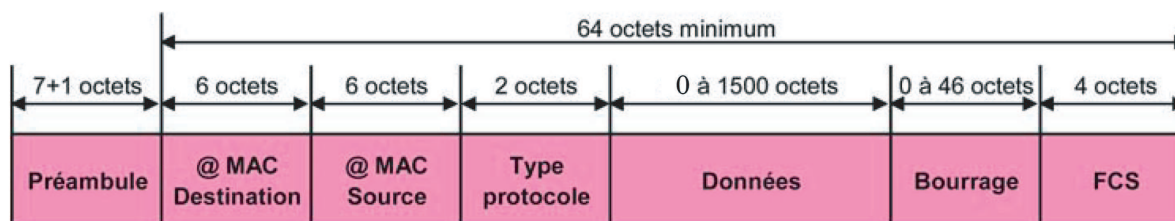


FIGURE 1 – Structure de la trame ethernet.

La communication Ethernet 100 *Mbit/s* consiste à envoyer un bit sur le câble Ethernet à chaque front montant d'une horloge cadencée à 100 *MHz*. Une horloge est un simple signal en créneau qui synchronise les composants électroniques. La trame Ethernet est composée de différents champs. Sa structure est donnée en Figure 1.

Le champ Préambule est composé de 8 octets (Rappel : un octet est une suite de 8 bits, un bit est une variable binaire valant 0 ou 1). Parmi ces 8 octets, 7 octets sont identiques et valent tous en binaire 10101010. Le 8ème octet est appelé SFD (Starting Frame Delimiter) et permet la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur et vaut 10101011.

Les champs "@ MAC Destination" et "@ MAC Source" sont les adresses MAC (*Media Access Control*) des cartes réseaux des systèmes récepteur et émetteur. Ils ont pour longueur 6 octets.

Le champ "Type protocole" permet de définir le type de protocole utilisé pour les échanges. Ce champ est d'une longueur de 2 octets.

Le champ "Données" comporte les bits informatifs à transmettre. Il est de longueur variable de 0 à 1500 octets.

Le champ "Bourrage" n'est utilisé que lorsque la longueur du champ de données est inférieure à 46 octets. Il a la longueur minimale qui permet de donner à l'ensemble "Données" + "Bourrage" une longueur de 46 octets au moins. Il est donc de longueur variable de 0 octet (si au moins 46 octets dans le champ "Données") à 46 octets (si 0 octet dans le champ "Données").

Le champ "FCS" (*Frame Check Sequence*), d'une longueur de 4 octets, est ajouté à l'émission pour contrôler la bonne transmission des informations. Le calcul de ce champ est basé sur un code à redondance cyclique. On précise qu'un bit est envoyé sur le support de transmission à chaque front montant de l'horloge. Un seul émetteur peut émettre à la fois.

**Q 1 : Calculer les temps nécessaires pour transmettre une trame contenant 1 octet de données, et une trame contenant 1500 octets de données.**

**Q 2 : Calculer la valeur du débit utile maximal et la valeur du débit utile minimal, correspondant au cas de transmission d'octets isolés.**

## 1.2 Émission du signal sur le support physique

Le signal présent sur le câble ethernet est modulé par une modulation MLT-3. Cette modulation consiste à changer le niveau de tension présent sur le câble lorsque l'on désire transférer un niveau 1 logique, et de ne pas modifier le niveau de tension lorsque l'on désire transmettre un 0 logique.

Par ailleurs, les changements de niveau logique (pour transmettre les 1 logiques) sont conventionnellement réalisés dans l'ordre suivant :  $+V, 0, -V, 0, +V, 0, \dots$

On rappelle qu'un bit est envoyé à chaque front montant de l'horloge.

**Q 3 : Tracer sur votre copie le chronogramme de la tension présente sur le support de transmission si l'on désire transmettre le premier octet du préambule. Sur ce chronogramme, placer en concordance des temps le signal d'horloge. On suppose que le dernier bit à 1 transmis avant la transmission de ce préambule a été codé par un niveau de tension égal à  $-V$ .**

## 1.3 Étude du champ de contrôle

Le contrôle des communications Ethernet est réalisé car il apparaît dans la trame un champ noté *FCS* (*Frame Check Sequence*). Ce champ est d'une longueur de 4 octets, soit 32 bits, et est calculé en fonction des champs d'adresse "MAC Source", d'adresse "MAC Destination", du champ de type de protocole et du champ de donnée. Il permet au récepteur d'une trame de vérifier l'intégrité de celle-ci en contrôlant la valeur binaire du champ FCS reçu. On notera  $n_{total}$  le nombre de bit des champs cités ci-dessus.

On associe un polynôme  $A(X)$  à un mot  $A$  de  $n_{total}$  bits, tel que  $A(X) = \sum_{i=0}^{n_{total}} \alpha_i X^i$  où les coefficients  $\alpha_i$  sont les différents bits associés aux champs d'adresse "MAC source", d'adresse "MAC destination", du champ de type de protocole et du champ de données.

Le principe de calcul du champ FCS est basé sur la division polynomiale  $\frac{A(X)X^r}{G(X)}$ , où  $G(X)$  est un polynôme commun à toutes les stations (automates, variateurs...), appelé polynôme générateur de degré  $r$ . Dans le cas d'Ethernet, le polynôme générateur  $G(X)$  est de degré 32, et s'exprime par :

$$G(X) = X^{32} + X^{26} + X^{23} + X^{22} + X^{16} + X^{12} + X^{11} + X^{10} + X^8 + X^7 + X^5 + X^4 + X^2 + X + 1$$

Seul le reste de la division polynomiale est intéressant pour le champ FCS. Ce reste peut s'écrire sous la forme d'un polynôme tel que  $R(X) = \sum_{i=0}^{r-1} r_i X^i$ .

Les bits placés dans le champ FCS sont les coefficients  $r_i$  de ce polynôme de tel sorte que le coefficient  $r_i$  soit le bit de poids binaire  $2^i$ . Pour simplifier l'étude du calcul du champ FCS, nous étudierons uniquement le principe avec un mot  $A$  de 6 bits et un polynôme générateur  $G(X) = X^3 + X + 1$ .

Les opérations sur les polynomes sont faites modulo 2, si bien que l'addition et la soustraction sont équivalentes à un OU EXCLUSIF. Par exemple lors d'une division polynomiale, la soustraction binaire de deux polynômes s'effectue en réalisant la fonction OU EXCLUSIF entre chaque coefficient de chaque monôme de même degré.

Exemple :

$$\begin{array}{r} X^5 + \phantom{X^4} + \phantom{X^3} + \phantom{X^2} + \phantom{X} + 1 \\ - \phantom{X^5} + X^4 + X^3 + X^2 + \phantom{X} + \phantom{1} \\ \hline X^5 + X^4 + \phantom{X^3} + X^2 + X + 1 \end{array}$$

Soit  $A$  le mot à transmettre :

$$\begin{array}{cccccc} 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

**Q 4 : Déterminer le polynôme  $A(X)$  image du mot à transmettre  $A$ .**

**Q 5 : Calculer le reste  $R(X)$  de la division polynomiale de  $\frac{A(X)X^r}{G(X)}$  suivant la méthode énoncée ci-dessus.**

**Q 6 : En déduire le contenu du champ FCS.**

On note  $A'(X)$  le polynôme reçu par le récepteur, contenant l'ensemble de la trame (champ FCS inclus) et  $R'(X)$  le reste de la division polynomiale  $\frac{A'(X)X^r}{G(X)}$ .

**Q 7 : Comment le polynome  $R'(X)$  obtenu permet-il de détecter d'éventuelles erreurs de transmission ?**

Une méthode permettant le calcul des bits du champ FCS est d'utiliser des bascules  $D$  synchrones (formant un registre à décalage à droite) sur front montant d'un signal d'horloge et des fonctions logiques combinatoires du type OU EXCLUSIF.

Les bascules  $D$  sont synchronisées sur le signal d'horloge, de façon à ce que la sortie de la bascule soit maintenue à la valeur présente en entrée lors du front montant du signal d'horloge, jusqu'au front montant suivant. Un exemple de comportement de bascules  $D$  est donné figure 2 pour une meilleur compréhension.

Seules les sorties  $Q$  des bascules  $D$  sont utilisées. La structure générale permettant de calculer le reste de la division polynomiale pour un polynôme générateur de la forme

$$G(X) = X^r + g_{r-1}X^{r-1} + \dots + g_2X^2 + g_1X + g_0$$

est donnée figure 3.

Sur l'entrée  $I(n)$  arrivent les bits des informations à transmettre ( $A$ ) dans l'ordre du bit de poids fort vers le bit de poids faible. Le champ FCS est l'état du registre à décalage lorsque tous les bits de  $A$  sont entrés dans la structure ci-dessus, suivis de  $r$  zéros.

**Q 8 : Adapter et simplifier au maximum la structure générale à base de bascules  $D$  et de fonctions OU EXCLUSIF proposée ci-dessus si le polynôme générateur est  $G(X) = X^3 + X + 1$ .**

On note  $I(n)$  l'état de l'entrée lors du  $n^{\text{ième}}$  front montant de l'horloge, et  $Q_i(n)$  l'état des sorties  $Q_i$  juste après le  $n^{\text{ième}}$  front montant de l'horloge.

**Q 9 : Déterminer la fonction logique liant  $Q_0(n)$  à  $I(n)$  et  $Q_2(n-1)$ . De même, déterminer la fonction logique liant  $Q_1(n)$  à  $Q_0(n-1)$  et  $Q_2(n-1)$  d'une part, et  $Q_2(n)$  à  $Q_1(n-1)$  d'autre part.**

**Q 10 : Compléter le tableau du document réponse en indiquant pour chaque top d'horloge l'état de  $I(n)$  au moment du front montant de l'horloge et l'état des  $Q_i$  juste après le front montant.**

**Q 11 : Valider le choix de la structure en comparant le reste fourni par la structure à base de bascules  $D$  et de fonctions OU EXCLUSIF, et celui fourni par le calcul de la division polynomiale de la question 1.3.**

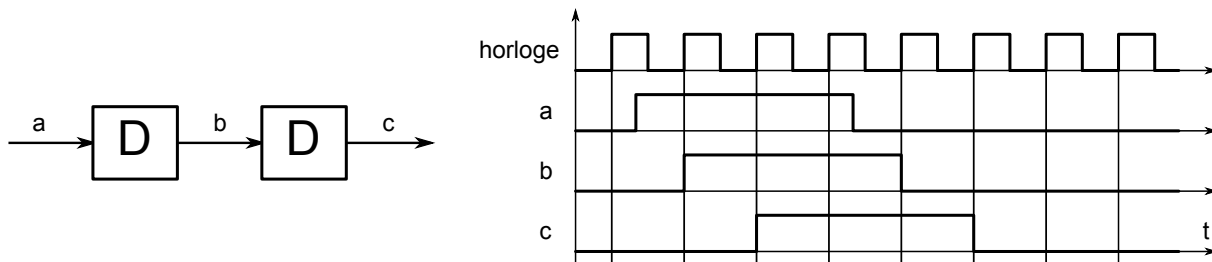


FIGURE 2 – Exemple du comportement de bascules D.

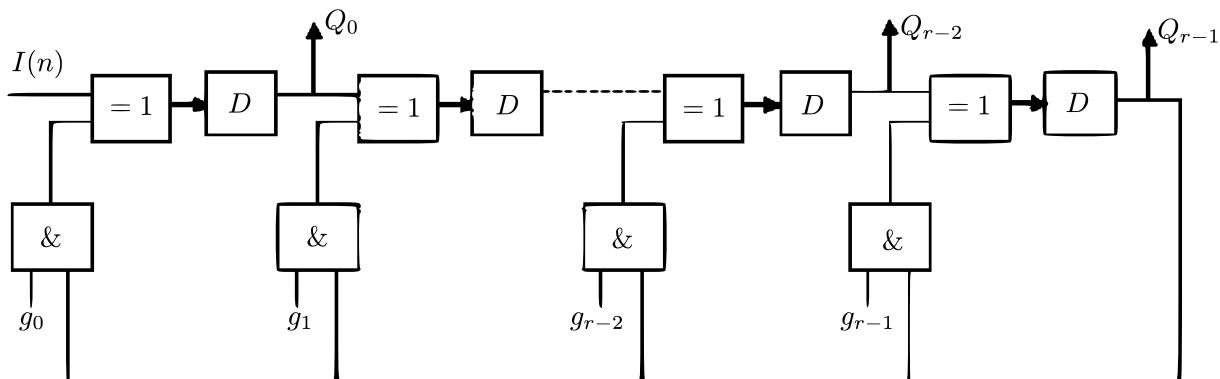


FIGURE 3 – Structure à base de bascules  $D$ .

Top Horloge	$I(n)$	$Q_0$	$Q_1$	$Q_2$
0	—	0	0	0
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				