

# TD 7 : Cinématique

## 1 Étude des engrenages simples

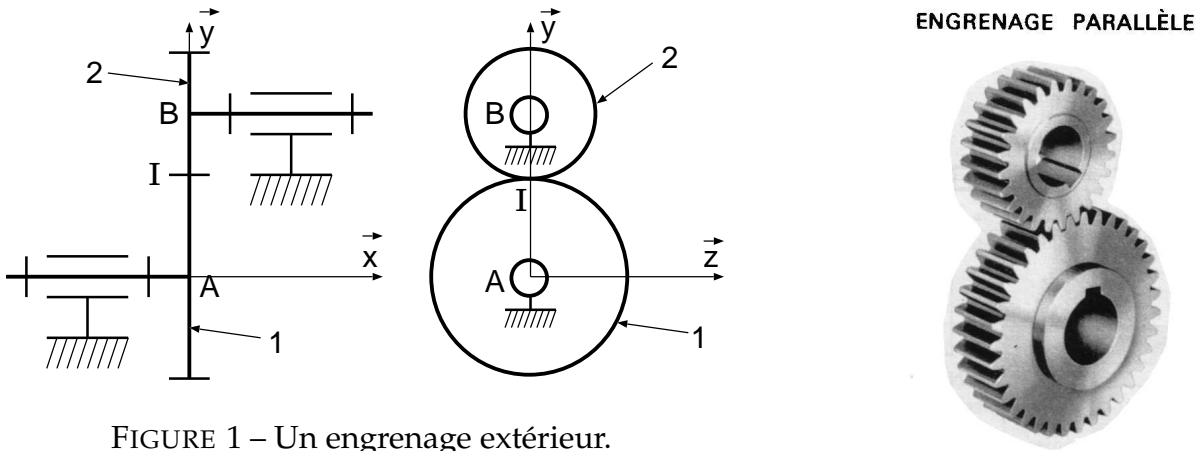


FIGURE 1 – Un engrenage extérieur.

1. On étudie la cinématique d'un engrenage extérieur à axes fixes (fig. 1). 1 et 2 sont deux pignons roulant sans glisser l'un sur l'autre en  $I$ . Donner les torseurs cinématiques de  $1/0$  et  $2/0$  en notant  $\omega_1$  et  $\omega_2$  les vitesses de rotation.
2. Exprimer la relation de roulement sans glissement en  $I$ .
3. Écrire la fermeture cinématique et déterminer le rapport entre les vitesses de rotation de 1 et 2 (appelé rapport de réduction) :  $k = \frac{\omega_2}{\omega_1}$  en fonction des rayons primitifs  $R_1$  et  $R_2$  des pignons puis en fonction des nombres de dents  $Z_1$  et  $Z_2$ .

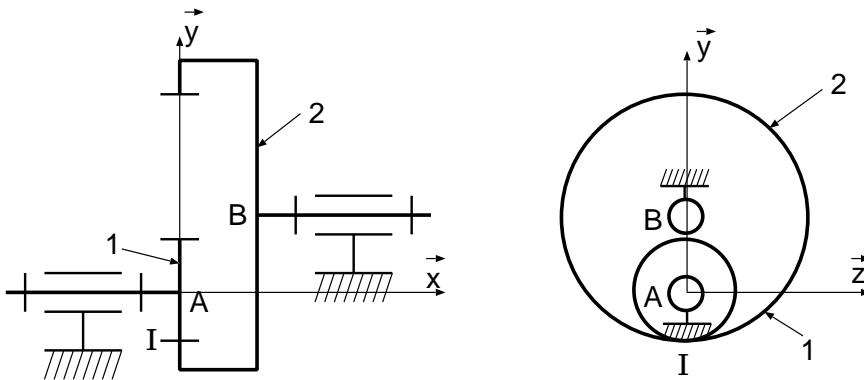


FIGURE 2 – Un engrenage extérieur.

4. Déterminer de la même manière le rapport des vitesses dans le cas de l'engrenage intérieur figure 2

## 2 Étude des trains d'engrenages simples

1. On étudie maintenant le cas de deux engrenages en série (fig. 3). Utiliser la relation précédente pour calculer rapidement le rapport :  $\frac{\omega_3}{\omega_1}$ .
2. Généraliser la relation précédente au cas de  $n$  engrenages en série.

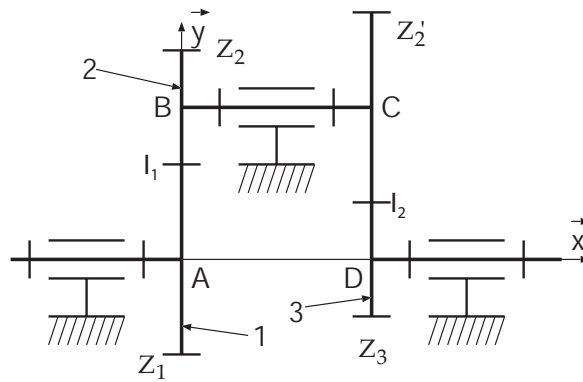


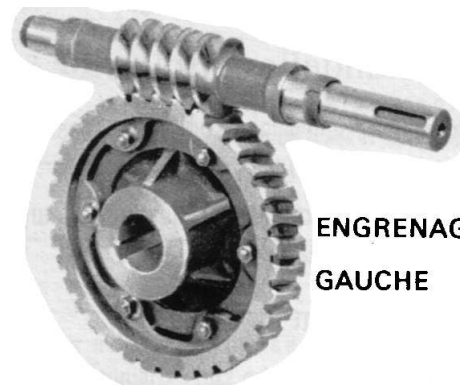
FIGURE 3 – Deux engrenages en série.

### 3 Engrenage conique

ENGRENAGE CONCOURANT



FIGURE 4 – Engrenage conique.



ENGRENAGE GAUCHE

FIGURE 5 – Roue et vis sans fin.

La photographie 4 montre un engrenage conique. On cherche à caractériser la relation entrée sortie du mécanisme.

1. Proposer un schéma cinématique de ce système mécanique.
2. Dans quelle mesure peut-on utiliser les relations précédemment établies ?

### 4 Roue et vis sans fin

La photographie 5 montre un réducteur roue et vis sans fin. On cherche à caractériser la relation entrée sortie du mécanisme.

1. Proposer un schéma cinématique de ce système mécanique.
2. Déterminer les grandeurs caractéristiques du rapport de réduction puis donner l'expression littérale de ce rapport.

### 5 Trains épicycloïdaux

Les trains épicycloïdaux sont des trains d'engrenages particuliers : l'axe de rotation de certains pignons est mobile. On trouve ce type d'engrenage dans bon nombre de réducteur

à forte réduction et faible encombrement (figure 7). Les boîtes de vitesses automatiques disposent elles aussi de train épicycloïdaux. Ils sont aussi parfois utilisés lorsqu'un partage de puissance est nécessaire, comme par exemple dans le différentiel automobile.

### 5.1 Cas d'école

On étudie le train épicycloïdal de la figure 6. On appelle 1 et 3 les planétaires, 4 le porte satellite et 2 le satellite.

Sur le schéma cinématique figure 8, on retrouve les 4 solides mobiles. Sur les 3 satellites, un seul est représenté car les 3 satellites sont redondants d'un point de vue cinématique.

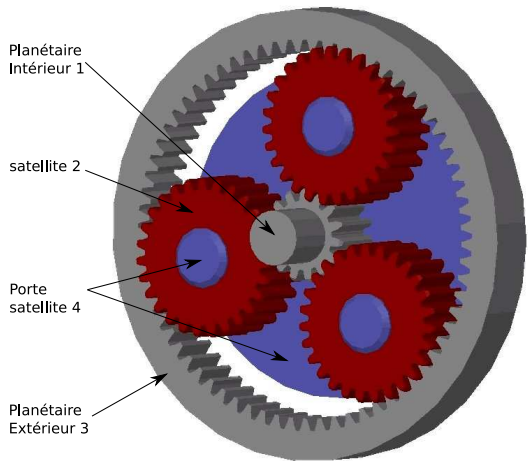


FIGURE 6 – Vue tridimensionnelle d'un train épicycloïdal.

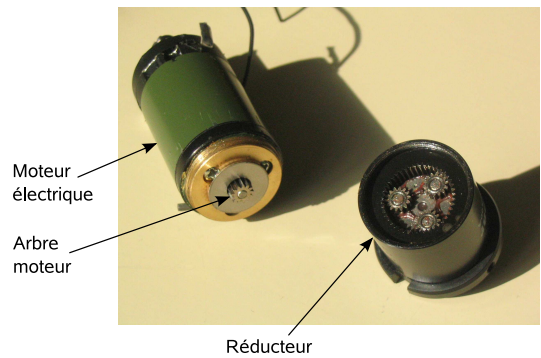


FIGURE 7 – Réducteur à train épicycloïdal (Plateforme Stewart).

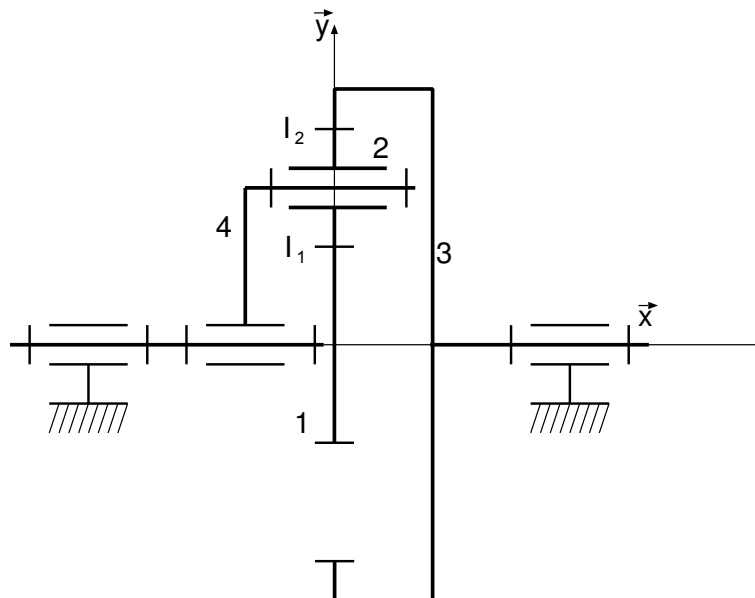


FIGURE 8 – Vue tridimensionnelle d'un train épicycloïdal.

1. Déterminer le nombre de mobilités du mécanisme.

- On place le repère de l'observateur accroché à 4. Vérifier que, dans le repère 4 de l'observateur, le train est réduit à un train simple (à axes fixes).
- Utiliser la relation établie à l'exercice 2 pour calculer le rapport de réduction  $\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}}$ , lorsque l'observateur est accroché à 4, en fonction des nombres de dents.
- Retrouver alors la relation de Willis où  $\lambda$  est une constante à déterminer ( $\lambda$  est appelée la *raison du train*) :

$$\frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \lambda$$

- On suppose que 3 est fixe par rapport à 0. Quel est le rapport de réduction :  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ .

## 5.2 Autre exemple de train épicycloïdal

On étudie le train épicycloïdal de la figure 9. On appelle 1 et 3 les planétaires, 4 le porte satellite et 2 le satellite.

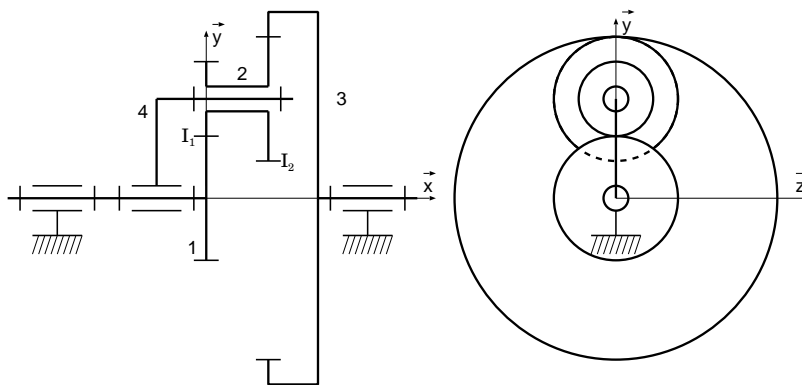


FIGURE 9 – 2ème train épicycloïdal.

- On place le repère de l'observateur accroché à 4. Vérifier que le train est réduit à un train simple dans le repère 4.
- Utiliser la relation établie à l'exercice 2 pour calculer la raison du train.
- Retrouver alors la relation de Willis :

$$\frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \lambda$$

- On suppose que 1 est fixe. Quel est le rapport de réduction :  $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{4/0}}$ .