TD3 : Asservissement

Présentation du système

L'étude porte sur la caméra de poursuite SPEEDCAM utilisée aux championnats du monde d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course. La caméra est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Ce rail est le plus petit au monde permettant d'atteindre des vitesse supérieures à $15\,m/s$.

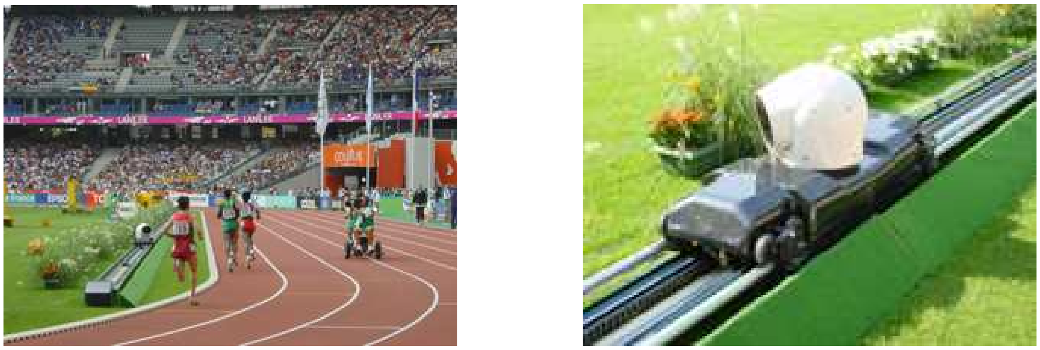


FIG. 1 – Caméra de poursuite sur son rail.

Un capteur optique permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. Un calculateur détermine la consigne de vitesse nécessaire pour suivre le coureur, transmise sous forme de tension de commande à l'asservissement du chariot. Le chariot est asservi en vitesse comme le montre le schéma bloc fonctionnel figure 2. Il doit satisfaire les performances énoncées dans le tableau 1 extrait du cahier des charges.

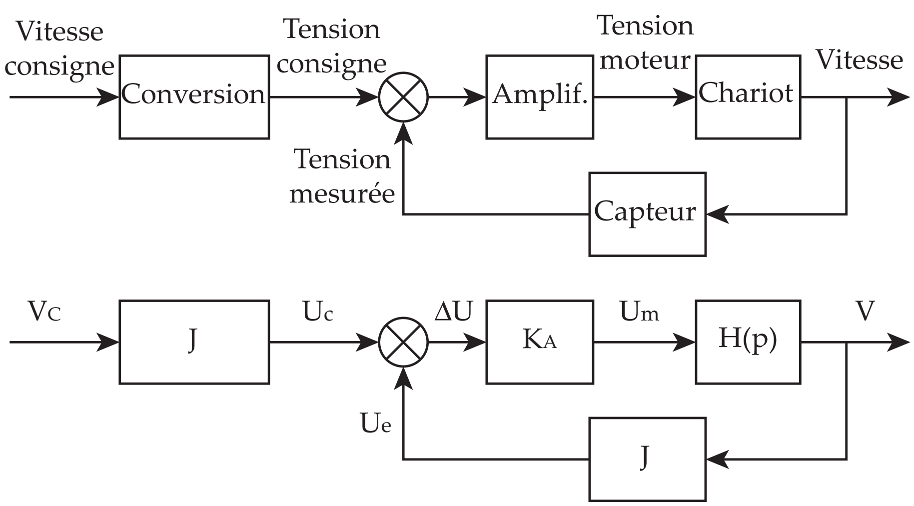


FIG. 2 – Schéma bloc fonctionnel du chariot.

Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée u_m. Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur fournissant une tension u_m proportionnelle à la tension de commande Δu (Gain : $K_A = 500$). Un capteur de vitesse mesure la vitesse v et renvoi une information de tension u_e proportionnelle à la vitesse v (Gain : $J = 0,3\,V.s/m$).

1. Modélisation du comportement du chariot

Le chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner *a priori* un modèle de comportement $H(p)$ comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modé-

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : suivre le coureur	Vitesse maximale	supérieure à $15\ km/h$
	Précision	$< 5\%$
	Rapidité	$t_R < 0,5\ s$
	Stabilité	stable

TAB. 1 – Extrait du CdCF.

liser son comportement, on choisit de faire une mesure et de proposer un modèle simple représentatif. La courbe 3 montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension $u_m = u_0.U(t)$ (avec $u_0 = 70\,V$) est appliqué en entrée.

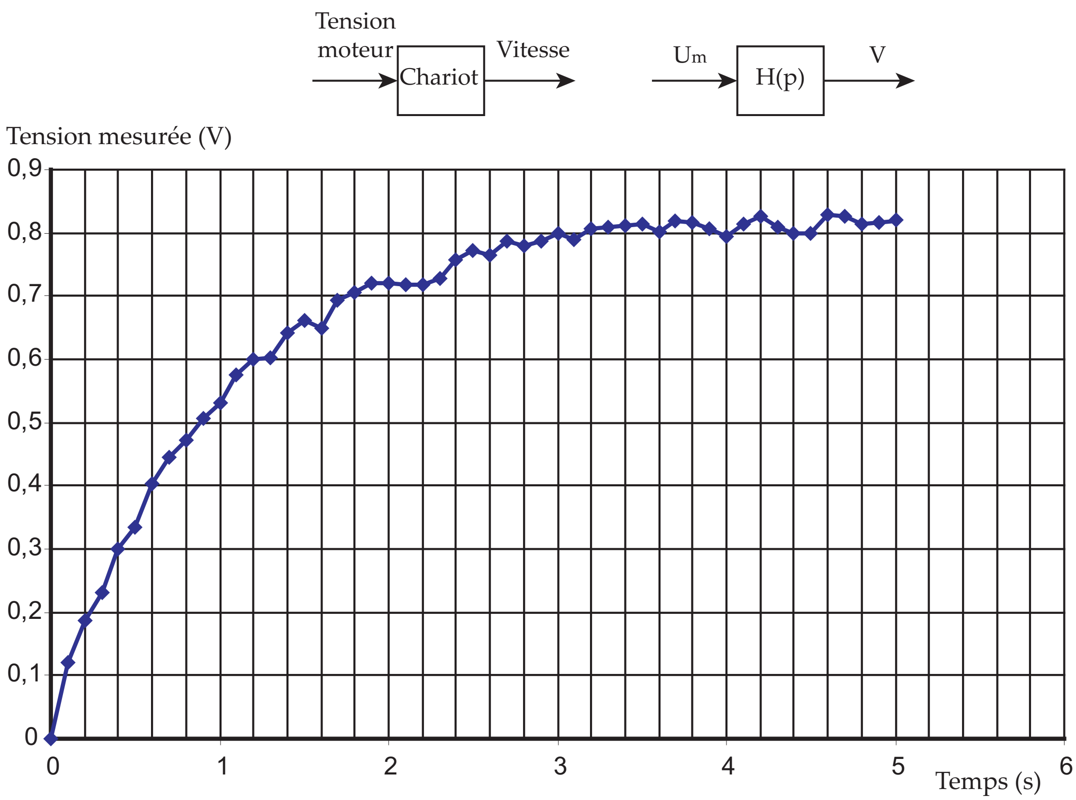


FIG. 3 – Identification d'un modèle représentatif de la mesure expérimental.

On choisit un modèle simple du premier ordre pour identifier le comportement du chariot, soit $H(p) = \dfrac{K_c}{1+\tau.p}$ où K_c et τ sont à déterminer à l'aide de la courbe.

1. Justifier le choix d'un modèle du premier ordre (ne pas répondre tant que le modèle du second ordre n'a pas été vu en cours).
2. Déterminer à l'aide de la courbe la valeur de K_c.
3. Déterminer par trois méthodes la valeur de τ. À partir des trois valeurs obtenues, proposez une valeur de τ pertinente.

2. Étude des performances du système en boucle fermée

On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi, c'est à dire la stabilité, rapidité et précision.

1. Calculer la fonction de transfert totale $H_T(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi. Que remarquez-vous ? Le système sera-t-il stable ?
2. En calculant la valeur à convergence de $v(t)$ suite à une entrée en échelon $v_c(t) = U(t)$, déterminer si le système est précis. Qu'en pensez vous ?

3. Déterminer la rapidité du système. Comment peut-on augmenter la rapidité du système ? Quelle sera la conséquence sur la précision ?

3. Amélioration de la précision

Une méthode classique pour améliorer la précision est d'ajouter un intégrateur $1/p$ dans la chaîne directe (figure 4). Cet ajout est facile en amont de l'amplificateur. On désigne généralement par *correcteur* les éléments ajoutés à la partie commande destinés à améliorer le comportement de l'asservissement.

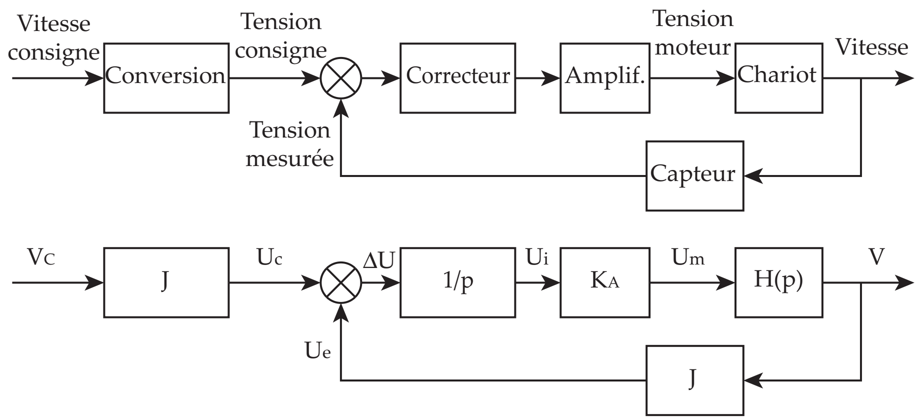


FIG. 4 – Introduction d'un intégrateur pour améliorer la précision.

1. Calculer la fonction de transfert totale $H_C(p) = \dfrac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi. Que remarquez vous ?
2. En calculant les pôles de $H_C(p)$, déterminer si le système sera toujours stable pour une réponse à un échelon.
3. Déterminer si le système est précis.
4. Déterminer U_m en tout début de mouvement.

4. Prise en compte d'une non-linéarité

En réalité, l'amplificateur ne peut pas délivrer une tension supérieure à une tension U_{max}. Pour des entrées en échelon trop importante, une saturation de l'amplificateur apparaît dans la chaîne directe (figure 5) et modifie le comportement, qui devient non linéaire.

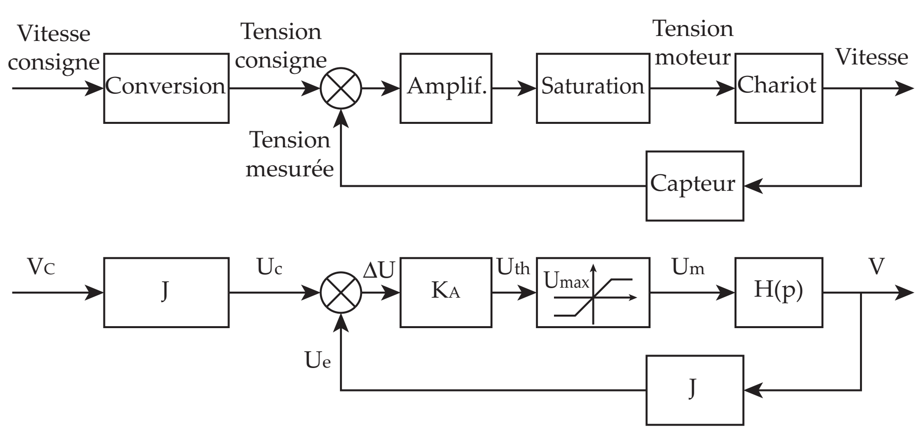


FIG. 5 – Prise en compte de la saturation de l'amplificateur.

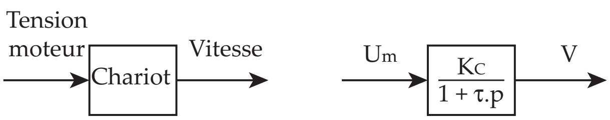
On souhaite obtenir numériquement la réponse à un échelon. Pour cela, il faut intégrer les équations différentielles de comportement en temps.

1. On s'intéresse tout d'abord à la simulation du chariot seul (partie 1). Déterminer l'équation différentielle liant $u_m(t)$ et $v(t)$.
2. On utilise un schéma numérique explicite d'Euler tel que si un fonction $g(t)$ et sa dérivée $\frac{dg}{dt}(t)$ sont connues à l'instant t, alors $g(t+\Delta t)$ est approchée par la formule $g(t+\Delta t) = g(t) + \Delta t.\frac{dg}{dt}(t)$. En supposant que $v(t)$ et $u_m(t)$ sont connus à l'instant t, déterminer $\frac{dv}{dt}(t)$ et en déduire une expression approchée de $v(t+\Delta t)$.
3. Proposer un algorithme permettant de calculer itérativement la réponse $v(t_1)$ du système à un échelon $u_m(t) = u_0.U(t)$ au temps t_1.
4. De la même manière, proposer un algorithme permettant de calculer numériquement la réponse du système en boucle fermée avec saturation, au temps t_1, à une sollicitation en échelon.

TD Informatique

1. Modélisation du comportement du chariot

La courbe de réponse du chariot à un échelon de tension mesurée par le capteur est donnée sur la feuille 1.



1. Sachant que le gain du capteur J vaut $J = 0.3\,V.s/m$, déterminer les valeurs de vitesse puis tracez la courbe en vitesse.
2. Entrez la formule du modèle du premier ordre (donnée dans le cours) et tracez les trois courbes correspondant aux trois valeurs de τ identifiées. Que pouvez vous observer ?
3. On souhaite faire une identification en tenant compte de tous les points de la courbe. Dans une nouvelle colonne, calculez à chaque temps le carré de l'écart entre le modèle et la mesure. Déterminer la moyenne des carrés des écarts (fonction *moyenne()*) puis calculez les paramètres K_c et τ en minimisant cette moyenne par le solveur : *outils/solveur...*.

2. Étude des performances du système en boucle fermée

1. Entrez la réponse du système en boucle fermée et tracez la courbe (Utiliser la formule du cours).
2. Faites varier le gain de l'amplificateur et vérifier vos conclusions sur son influence vis-à-vis de la rapidité et de la précision.

3. Amélioration de la précision

1. Entrez la réponse du système du second ordre à un échelon (formule du cours) puis tracez la courbe sur le même graphe que le système en boucle fermée sans correcteur.
2. Vérifier la précision puis déterminer la rapidité du système. Comparez les réponses avec et sans correcteur intégral.

4. Prise en compte d'une non linéarité

1. Construire la fonction *PremierOrdre(...)* en allant dans *outils/macro/Visual Basic Editor* puis *Insertion/module* et en tapant le programme suivant :

```
Function PremierOrdre(t1, u0, Kc, tau)
'initialisation des variables
v = 0
dt = 0.01
t = 0
'Debut de la boucle temporelle
Do While (t < t1)
t = t + dt
'Calcul de la dérivée de la vitesse
dv = (Kc * u0 - v) / tau
'Calcul de la vitesse à l'instant t+dt
v = v + dt * dv
Loop
'la fonction retourne la valeur de v
PremierOrdre = v
End Function
```

   Vérifier que la réponse obtenue est identique à la formule entrée dans la première partie.
2. Construire la fonction *PremierOrdreBF(...)* permettant de calculer la réponse du système en boucle fermée de la partie 2 puis vérifier que le résultat obtenu est identique à celui de la partie 2.
3. Construire la fonction *PremierOrdreSat(...)* en complétant le programme précédant avec la saturation. Étudier l'effet de la saturation.
4. Une mesure a été effectuée sur le système en boucle fermée (sans correcteur) pour une entrée en échelon de consigne de $15\,m/s$. Identifiez les paramètres du modèle permettant de représenter le système réel.

```
Function PremierOrdre(t1 as Single,u0 as Single, Kc as Single, tau as Single) as Single

'initialisation des variables
v = 0
dt = 0.01
t = 0

'Debut de la boucle temporelle
While (t < t1)
t = t + dt
'Calcul de la dérivée de la vitesse
dv = (Kc * u0 - v) / tau
'Calcul de la vitesse à l'instant t+dt
v = v + dt * dv
Wend

'la fonction retourne la valeur de v
PremierOrdre = v

End Function
```


```
Function PremierOrdre(t1 as Single,u0 as Single, Kc as Single, tau as Single) as Single

'initialisation des variables
v = 0
dt = 0.01
t = 0

'Debut de la boucle temporelle
While (t < t1)
t = t + dt
'Calcul de la dérivée de la vitesse
dv = (Kc * u0 - v) / tau
'Calcul de la vitesse à l'instant t+dt
v = v + dt * dv
Wend

'la fonction retourne la valeur de v
PremierOrdre = v

End Function
```