

TD2 : Asservissements

1 Machine d'essai universelle¹

Cette partie fait suite au TD1, où a été établi le modèle dynamique de la machine. On rappelle le schéma bloc obtenu sur la figure 1.

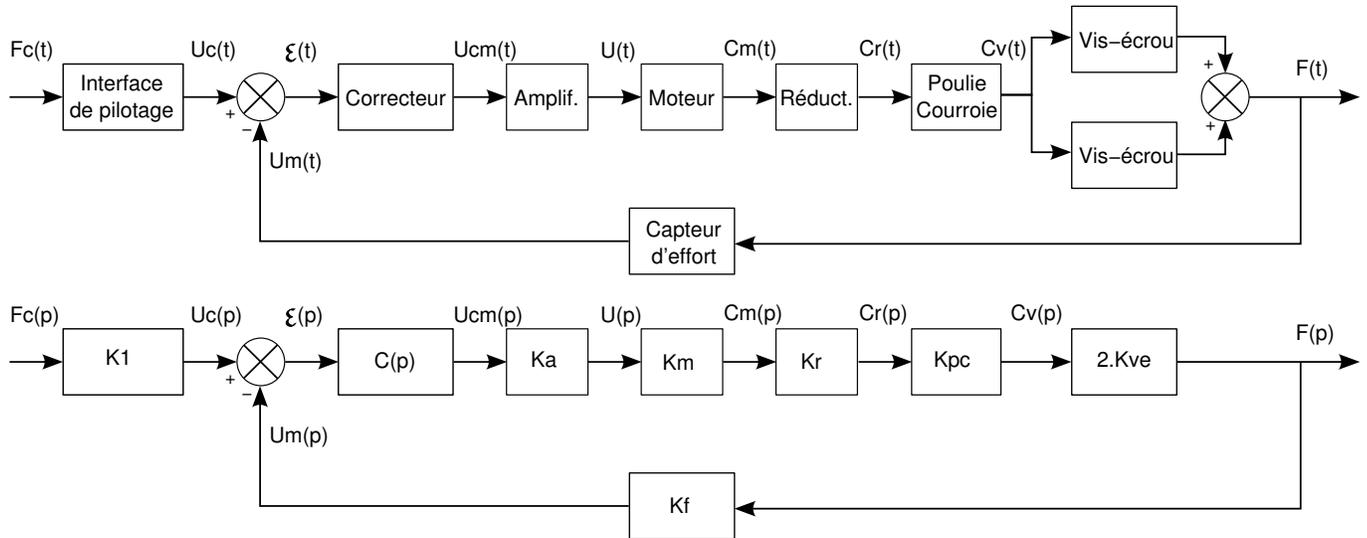


FIG. 1 – Schéma bloc modélisant le comportement de l'asservissement de l'effort.

Les gains obtenus sont les suivants : $K_a = 10$, $K_m = 0.5 \text{ N.m/V}$, $K_r = 30$, $K_{pc} = 0.5$, $K_{ve} = 1260 \text{ m}^{-1}$ et $K_F = 10^{-4} \text{ V/N}$.

On souhaite maintenant utiliser ce modèle afin de déterminer les performances de l'asservissement. Le correcteur a pour fonction de transfert $C(p) = \frac{1}{\tau.p}$ où $\tau = 3 \text{ s}$.

1. Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$. On pourra poser $K_2 = 2.K_a.K_m.K_r.K_{pc}.K_{ve}$.
2. Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{F(p)}{F_c(p)}$.
3. On rappelle que le système est stable si les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée sont à parties réelles négatives (les pôles sont les racines du dénominateurs). Déterminer si le système est stable.
4. À l'aide du tableau de transformées de Laplace, déterminer l'expression $F_c(p)$ de l'entrée $F_c(t) = F_0.U(t)$ dans le domaine de Laplace (où $U(t)$ est la fonction échelon).
5. Déterminer l'expression de la réponse $F(p)$ dans le domaine de Laplace, pour une consigne en échelon $F_c(t) = F_0.U(t)$.
6. On rappelle que la limite à convergence $F(t \rightarrow \infty)$ peut être calculée à partir de l'expression de la sortie dans le domaine de Laplace $F(p)$ par le théorème de la valeur finale : $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.F(p)$. Déterminer l'expression de la limite à convergence de l'effort $F(t \rightarrow \infty)$ pour une consigne en échelon $F_c(t) = F_0.U(t)$.

¹Extrait du sujet Mines AADN 2003

7. Dédire de la question précédente la valeur de K_1 à adopter pour que le système soit précis. On adopte désormais cette valeur de K_1 .
8. Pour déterminer l'expression de la réponse temporelle $F(t)$, il faut effectuer la transformée de Laplace inverse de $F(p)$ à l'aide du tableau. Pour cela, il faut réduire la fraction rationnelle $F(p)$ en éléments simples. Déterminer K , τ' , α et β tels que :

$$F(p) = \frac{K.F_0}{p.(1 + \tau'.p)} = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{1 + \tau'.p}$$

9. Dédire de l'expression précédente de $F(p)$ la transformée inverse de Laplace $F(t)$. Tracer l'allure de $F(t)$.
10. Calculer la valeur de $F(t)$ pour $t = \tau'$, $t = 2.\tau'$ et $t = 3.\tau'$. En déduire la rapidité du système en déterminant le temps de réponse à 5% : $t_{5\%}$.

2 Banderoleuse²

Cette partie fait suite au TD1, où a été établi le modèle dynamique de la machine. On rappelle le schéma bloc obtenu sur la figure 2. Il reste à déterminer les fonctions de transfert modélisant chaque composant puis à analyser les performances du système.

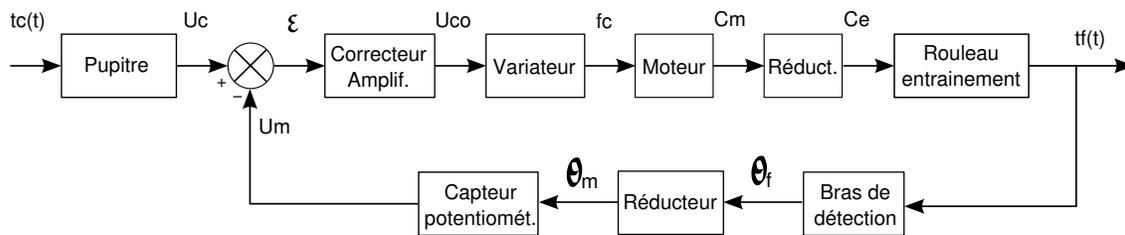


FIG. 2 – Schéma bloc modélisant le comportement de l'asservissement de tension du film.

2.1 Caractérisation du comportement des composants

La caractérisation comportementale de la chaîne fonctionnelle suppose de connaître la loi « entrée-sortie » de chaque constituant (fonction de transfert dans le domaine de Laplace). Dans ce qui suit, seuls quatre constituants seront concernés par cette étude : le bras de détection du film, le réducteur à engrenage, le potentiomètre rotatif et le pupitre de commande.

2.1.1 Fonction de transfert du bras de détection

Une étude menée à l'aide d'un logiciel de simulation mécanique a permis de tracer la courbe qui traduit la relation $t_f = g_1(\text{position bras})$ (voir figure 3). La courbe est tracée pour 50 positions du bras (b) pour un angle θ_f variant de 0° à 71° .

Considérant une zone de fonctionnement de faible amplitude angulaire autour de $\theta_f = 45^\circ$, on peut admettre une variation linéaire de t_f en fonction de θ_f .

REMARQUE : Le capteur potentiométrique sera réglé de façon à délivrer une tension nulle pour $\theta_f = 45^\circ = \theta_{f0}$. À partir de cette position, la variation de la tension t_f du film entraînera donc une variation de θ_f caractérisée par la fonction de transfert du bras.

²Adapté du sujet Mines AADN 2002

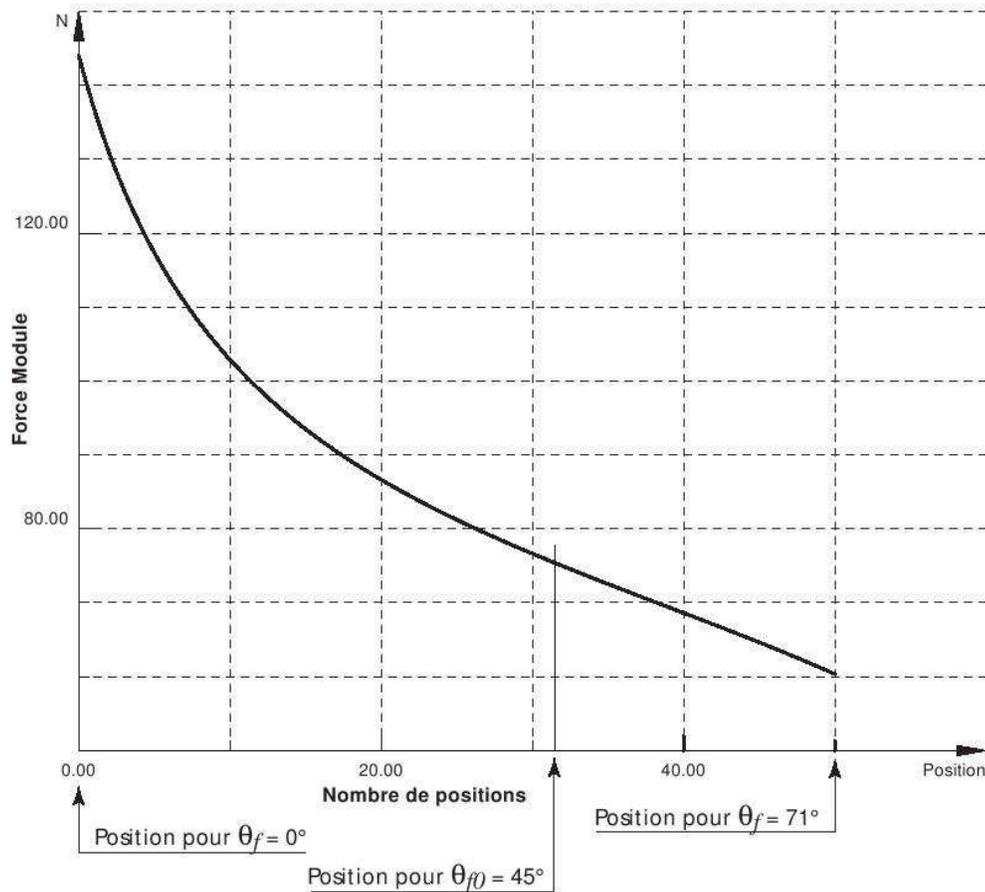


FIG. 3 – Résultat de simulation : $t_f = g_1(\theta_f)$.

1. Tracer, sur la courbe figure 3, le nouveau repère dont l'origine est le point moyen de fonctionnement ($\theta_f = \theta_{f0} = 45^\circ$).
2. Sur la courbe, tracer la linéarité autour de θ_{f0} et en déduire l'équation de la droite dans le nouveau repère soit $t_f = g_2(\theta_f)$.
3. Traduire cette équation dans le domaine de Laplace et en déduire la fonction de transfert K_b du bras de détection.

2.1.2 Fonction de transfert du réducteur à engrenage entre le bras de détection et le capteur de position angulaire (potentiomètre rotatif)

Les caractéristiques de l'engrenage à axes fixes et à denture droite sont les suivantes (figure4) :

- pignon solidaire de l'axe du capteur de position angulaire : 40 dents ;
- roue solidaire de l'axe d'articulation du bras de détection : 120 dents.

Déterminer le gain K_e associé à l'engrenage.

2.1.3 Fonction de transfert du potentiomètre rotatif

Le capteur de position angulaire qui équipe le système est un potentiomètre mono-tour, dont le schéma de principe figure sur la figure 5.

Il est essentiellement composé :

ENGRENAGE PARALLÈLE

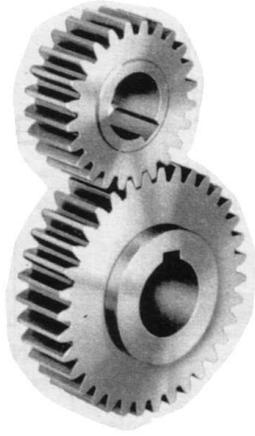


FIG. 4 – Photographie d'un engrenage.

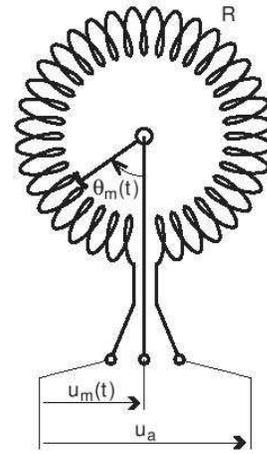


FIG. 5 – Schéma de principe du potentiomètre.

- d'une résistance électrique de forme torique, de valeur ohmique R (en $k\Omega$), parcourue par un courant d'intensité i , créée par une tension d'alimentation continue u_a appliquée à ses extrémités ;
- d'un curseur rhéostatique articulé au centre du tore, dont l'amplitude du mouvement $\theta_m(t)$ est considérée comprise entre 0° et 360° . Une tension de sortie continue variable $u_m(t)$ est alors créée, fonction de $\theta_m(t)$.

Exprimer $u_m(t)$ en fonction de $\theta_m(t)$, puis faire l'application numérique avec les données suivantes : $u_a = 48\text{Volts}$; $R = 50k\Omega$. En déduire la fonction de transfert K_c du potentiomètre.

2.1.4 Fonction de transfert du pupitre de commande

Déterminer la fonction de transfert K_1 qu'il est nécessaire de définir pour le pupitre afin que ϵ soit nul lorsque $t_f = t_c$.

2.2 Détermination des performances de l'asservissement

On complète le schéma bloc par la fonction de transfert du moteur asynchrone, $H_M(p) = \frac{K_M}{1+\tau.p}$, le gain du variateur K_v , le gain du réducteur k_{red} et le gain du rouleau d'entraînement K_{roul} . On adopte dans un premier temps un correcteur-amplificateur simple de fonction de transfert : $C(p) = K_p$.

1. Proposer un schéma bloc de l'asservissement en indiquant dans chaque bloc la fonction de transfert modélisant le composant et pour chaque lien la grandeur physique exprimée dans le domaine de Laplace.
2. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$.
3. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{T_f(p)}{T_c(p)}$. On pourra poser $K = K_v \cdot K_M \cdot K_{red} \cdot K_{roul} \cdot K_1$
4. Vérifier que le système est stable en boucle fermée.
5. Déterminer si le système est précis.
6. On adopte maintenant un correcteur plus évolué, de fonction de transfert : $C(p) = K_p + \frac{K_I}{p}$. Déterminer si le système est toujours stable en boucle fermée.
7. Déterminer si le système est précis.