

TD4 : Bras de robot à muscles artificiels ¹

On se propose d'étudier un manipulateur à structure anthropomorphique à 7 degrés de liberté, actionné par des paires de muscles artificiels montés en opposition (figure 1).

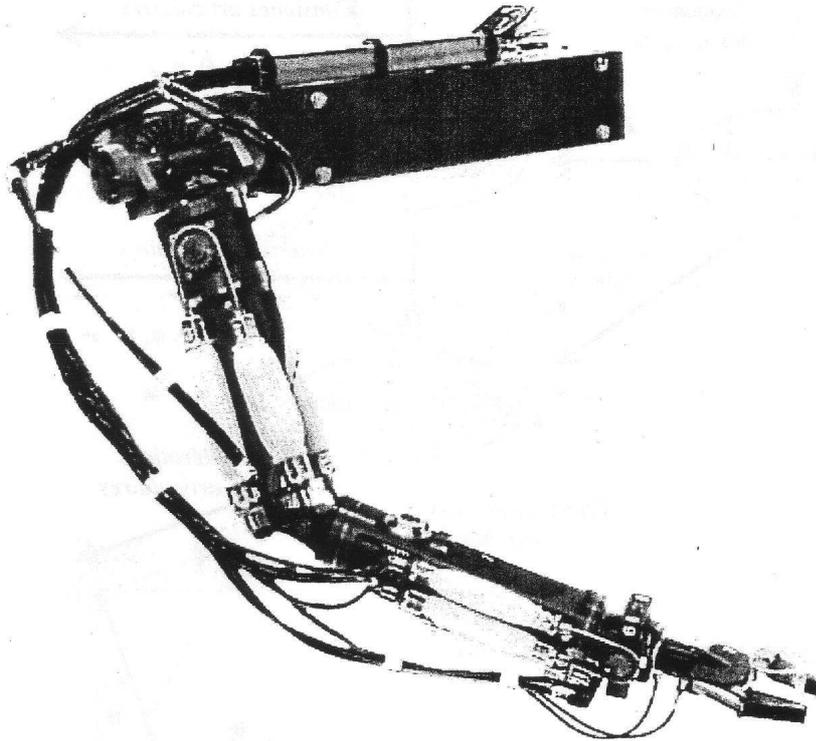


FIGURE 1 – Robot à structure anthropomorphique.

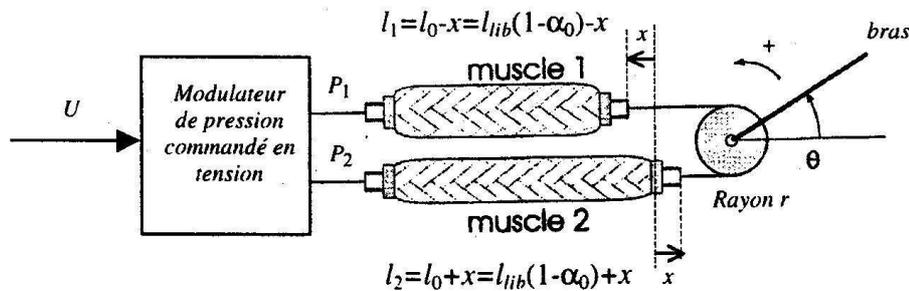


FIGURE 2 – Muscles artificiels permettant le mouvement du robot.

Pour être capable de reproduire des mouvements de bras humain, le manipulateur doit être capable d'assurer des mouvements types, comme déplacer un objet de 25 cm en moins d'une seconde. On recherche à travers cette étude à dimensionner les muscles, c'est à dire élaborer leur cahier des charges pour que le mouvement soit possible. Un extrait de cahier des charges du muscle est proposé dans le tableau 1. L'objectif est de déterminer les niveaux à atteindre.

Pour simplifier l'étude, on se limitera à un manipulateur dont la chaîne cinématique ouverte est présentée sur les figures 3 et 4.

1. Extrait du sujet CCP 2001

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : Mettre le bras en mouvement	Amplitude de la rotation	
	Vitesse maximale de rotation	
	Couple maximal transmissible	
	Puissance maximale	

TABLE 1 – Extrait du CdCF.

Le bras 1 est en liaison pivot sans frottement par rapport à la base fixe du manipulateur, d'axe (O_1, \vec{z}) et caractérisé par l'angle θ . Il est soumis à un couple $C_1 \cdot \vec{z}$ par l'intermédiaire d'un actionneur dont le corps est solidaire de la base fixe 0.

L'avant-bras 2 est en liaison pivot sans frottement par rapport à la base fixe du manipulateur, d'axe (O_2, \vec{z}) et caractérisé par l'angle φ . Il est soumis à un couple $C_{12} \cdot \vec{z}$ par l'intermédiaire d'un actionneur dont le corps est solidaire du bras 1.

Le poignet 3 est en liaison glissière sans frottement par rapport à l'avant-bras 2, d'axe \vec{z} et caractérisée par l'altitude z du centre de la pince O_3 .

Par construction, les débattements admissibles sont tels que les angles $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ et $-\frac{2\pi}{3} < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

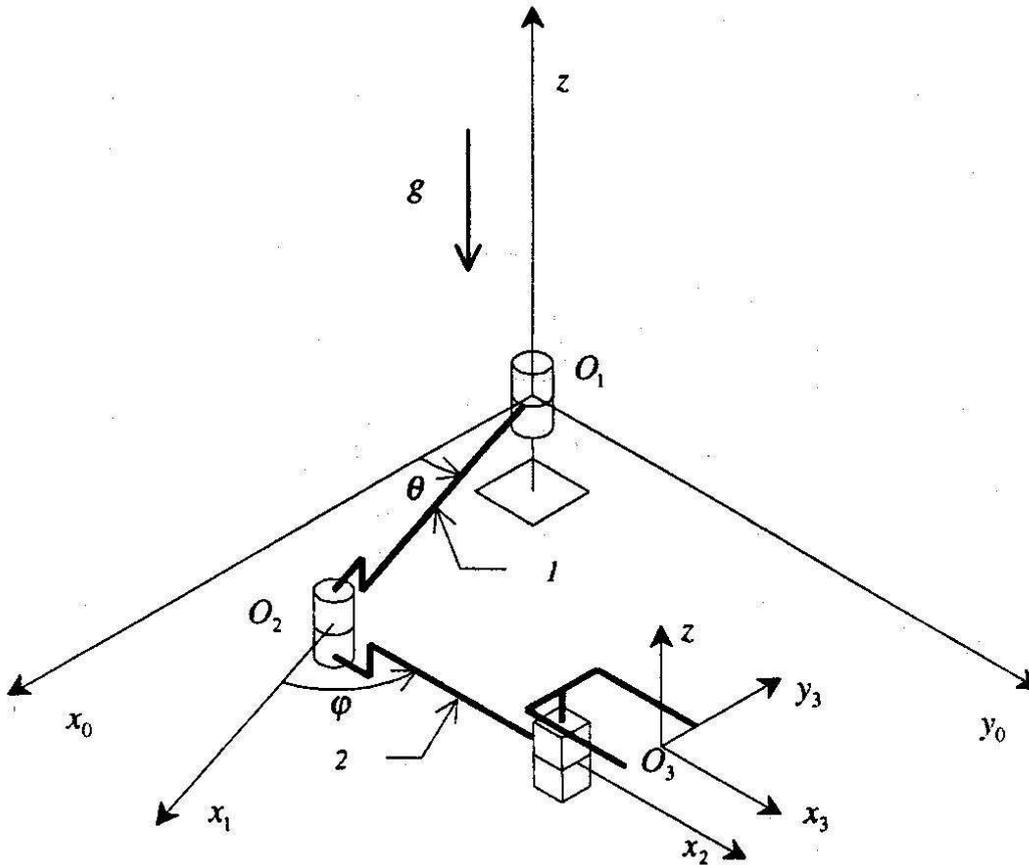


FIGURE 3 – Vue isométrique du manipulateur.

La configuration du manipulateur est fixée par les trois coordonnées articulaires θ , φ et z qui fixent la position du repère $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$, lié à l'organe terminal, par rapport au repère $R_0(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ lié à la base du manipulateur. La position du point O_3 peut être définie dans l'espace opérationnel par ses coordonnées dans le repère R_0 tel que : $\vec{O_1O_3} = x_0 \cdot \vec{x}_0 + y_0 \cdot \vec{y}_0 + z_0 \cdot \vec{z}_0$.

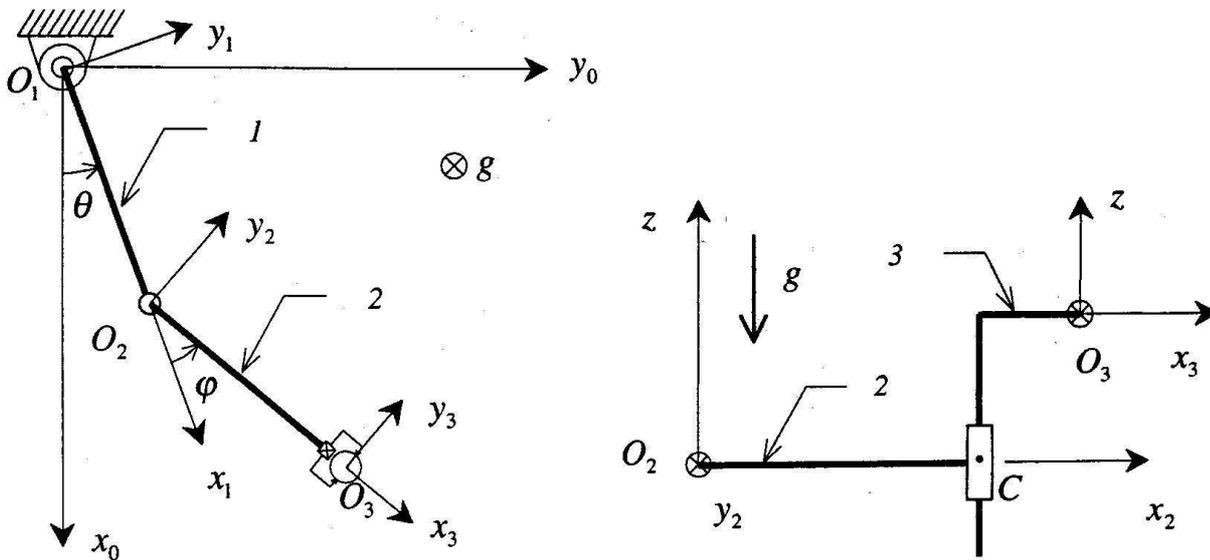


FIGURE 4 – Vues planes du manipulateur.

L'accélération de la pesanteur \vec{g} est telle que $\vec{g} = -g.\vec{z}$ et le repère $R_0(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ sera considéré comme un repère galiléen. L'optimisation du volume atteignable par l'organe terminal a conduit à adopter des longueurs projetées dans le plan $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$: $O_1O_2 = O_2O_3 = L$ (comme dans le cas du bras humain).

1 Élaboration du modèle géométrique direct et inverse du manipulateur – Dimensionnement en course

En fonction de la tâche à réaliser, le calculateur central du manipulateur établit une trajectoire dans l'espace opérationnel (coordonnées cartésiennes de la main) qu'il doit convertir dans l'espace articulaire (angles aux articulations) afin d'élaborer les consignes à émettre vers les boucles locales de chaque actionneur.

Le travail abordé dans cette question est destiné à :

- Établir une relation liant les coordonnées opérationnelles (x_0, y_0, z_0) en fonction des coordonnées articulaires (φ, θ, z) . On définit alors le modèle géométrique direct.
- Inverser cette relation et établir une relation entre les coordonnées articulaires (φ, θ, z) en fonction des coordonnées opérationnelles (x_0, y_0, z_0) . On définit alors le modèle géométrique inverse.
- Déterminer l'amplitude de la rotation des articulations lors du mouvement envisagé et compléter le cahier des charges.

Q 1 : Modèle géométrique direct :

Soit $\vec{O_1O_3} = x_0.\vec{x}_0 + y_0.\vec{y}_0 + z_0.\vec{z}_0$. Calculer les coordonnées opérationnelles x_0, y_0 et z_0 en fonction des coordonnées articulaires θ, φ et z .

Q 2 : Modèle géométrique inverse :

Déterminer alors les coordonnées articulaires θ, φ et z en fonction de x_0, y_0, z_0 et L . On rappelle que : $\cos a + \cos b = 2.\cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$; $\sin a + \sin b = 2.\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

Q 3 : Application :

Écrire les équations du modèle géométrique inverse si le point O_3 suit une trajectoire rectiligne selon l'axe (O_1, \vec{x}_0) . Valider ce résultat graphiquement à l'aide d'un schéma.

Définir alors la course des actionneurs dans le cas où $L < O_1O_3 < \frac{3L}{2}$ puis compléter le niveau du critère d'amplitude du cahier des charges.

2 Élaboration du modèle cinématique – dimensionnement en vitesse

Comme pour le modèle géométrique, le travail abordé dans cette question permet d'établir un modèle cinématique direct qui lie les vitesses opérationnelles aux vitesses articulaires.

Dimensionner les actionneurs en vitesse requiert la connaissance des vitesses articulaires en fonction des vitesses opérationnelles (inversion du modèle cinématique).

Le robot étudié a une longueur de bras $L = 0.5 \text{ m}$. On se place dans la même configuration de fonctionnement qu'à la question 3, où le centre de la pince O_3 suit toujours une trajectoire rectiligne selon l'axe (O_1, \vec{x}_0) telle que, à $t = 0$, $O_1O_3 = 0.5 \text{ m}$ et à $t = 1 \text{ s}$, $O_1O_3 = 0.75 \text{ m}$ avec la loi du mouvement donnée figure 5.

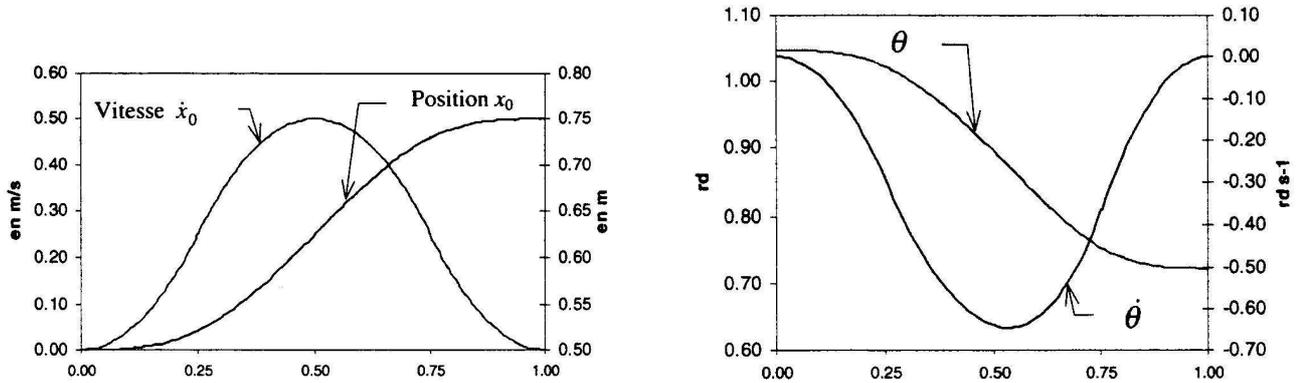


FIGURE 5 – Positions et vitesses du robot.

Q 4 : Dériver simplement le modèle géométrique inverse obtenu en 2 et déterminer les vitesses articulaires $\dot{\theta}$, $\dot{\varphi}$ et \dot{z} en fonction des grandeurs opérationnelles \dot{x}_0 , \dot{z}_0 , de la grandeur déjà calculée θ et de la longueur L .

Q 5 : La courbe tracée à partir du résultat précédent est donnée figure 5. Vérifier vos résultats à l'instant $t = 0.75 \text{ s}$ et compléter le critère de vitesse du cahier des charges.

3 Élaboration du modèle dynamique – Dimensionnement en couple

Le travail abordé dans cette question permet d'établir les couples que doivent fournir les actionneurs en cours de mouvement.

On se limitera à un mouvement dans le plan $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ et à l'étude du système matériel $S = \{1, 2\}$ constitué du bras 1 et de l'avant-bras 2.

On modélise le robot par :

- le bras 1 avec son équipement, de centre d'inertie G_1 tel que $\overrightarrow{O_1G_1} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1$, de masse m , de longueur $O_1O_2 = L$, d'inertie I par rapport à l'axe (G_1, \vec{z}) considéré comme un axe principal d'inertie. La matrice d'inertie peut alors s'écrire :

$$I_{G_1,1} = \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})}$$

- l'avant-bras 2 avec son équipement, de centre d'inertie G_2 tel que $\overrightarrow{O_2G_2} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_2$, de masse m , de longueur $\overrightarrow{O_2C} = (L-r) \cdot \vec{x}_2$, d'inertie I par rapport à l'axe (G_2, \vec{z}) considéré comme un axe principal d'inertie. La matrice d'inertie peut alors s'écrire :

$$I_{G_2,2} = \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})}$$

– le poignet 3, caractérisé par son centre O_3 , de masse négligeable et tel que $\overrightarrow{CO_3} = z.\vec{z} + r.\vec{x}_3$.

Q 6 : Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}_{O_1,1/0}$ en O_1 , du solide 1 dans le mouvement de 1 par rapport au référentiel galiléen $R_0(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$.

Q 7 : Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}_{G_2,2/0}$ en G_2 du solide 2, dans le mouvement de 2 par rapport au référentiel galiléen $R_0(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$. En déduire le moment cinétique en O_1 : $\vec{\sigma}_{O_1,2/0}$ que l'on écrira sous la forme $\vec{\sigma}_{O_1,2/0} = [A(\varphi)(\dot{\theta} + \dot{\varphi}) + B(\varphi)\dot{\theta}]\vec{z}$ et où l'on précisera les fonctions $A(\varphi)$ et $B(\varphi)$.

Q 8 : En déduire l'expression du moment dynamique du système $S : \{1, 2\} : \vec{\delta}_{O_1,S/0}$

Q 9 : Appliquer le théorème du moment dynamique en O_1 au système matériel S en projection sur l'axe \vec{z} et déterminer le couple C_1 que doit fournir l'actionneur pour obtenir un tel mouvement. Compléter le critère de couple du cahier des charges.

Q 10 : L'expression précédente conduit, pour le mouvement envisagé partie 2, à la courbe figure 6. Pourquoi le couple C_1 est négatif puis positif lors d'un tel mouvement ? Compléter le critère de couple du cahier des charges.

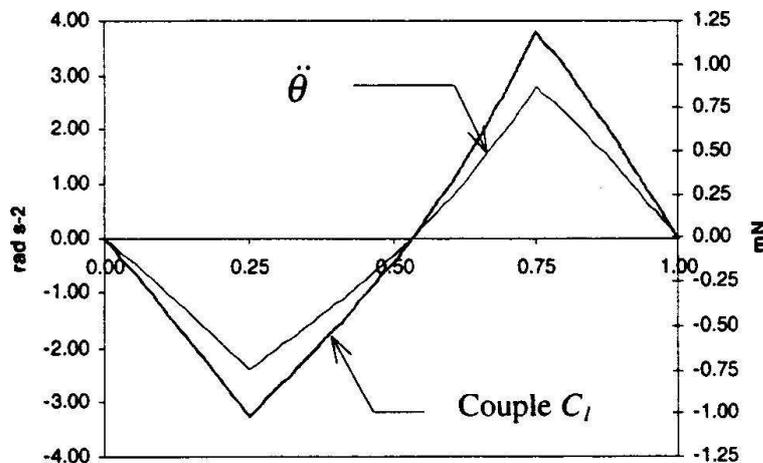


FIGURE 6 – Accélération du robot.

Q 11 : En admettant que les puissances extrémales fournies sont atteintes en $t = 0.25 s$ et $t = 0.75 s$, compléter le critère de puissance du cahier des charges.