

# TD Correction des SLCI

## Compétences travaillées :

- Déterminer la précision en régime permanent,
- Quantifier les performances d'un SLCI :
  - o calculer rapidement l'erreur, caractérisant la précision,
  - o appliquer le critère de Routh pour une étude de stabilité,
  - o appliquer les critères graphiques de marge de gain et marge de phase dans Bode, Nyquist ou Black, pour caractériser la stabilité,
- Définir l'intérêt et les limites de la correction des systèmes asservis,
- Être capable de choisir un correcteur et de régler ses paramètres en fonction du cahier des charges du système étudié,
- Mettre en évidence l'influence des corrections standard sur les performances.

## 1 Simulateur<sup>1</sup>

Nous nous intéressons ici à un simulateur de la société MTS (voir Figure 1). Ce type de simulateurs permettent l'étude du comportement vibratoire d'équipements électroniques, la simulation d'un séisme sur un ouvrage de génie civil, ou la caractérisation comportementale de trains roulants de systèmes de transports.

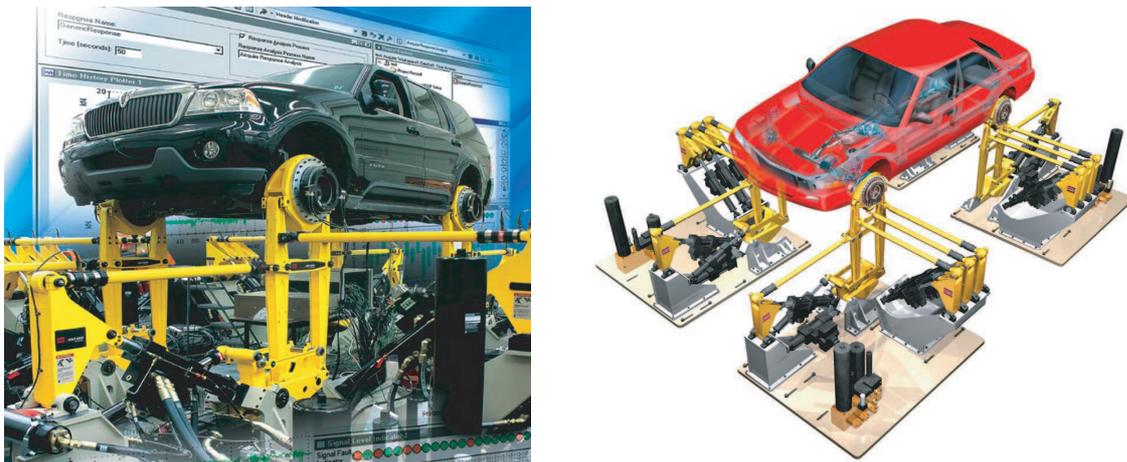


FIGURE 1 – Simulateur MTS 329.

Le simulateur de route repose sur une architecture 4 axes permettant des déplacements verticaux, latéraux, longitudinaux et de simulation de freinage sur chaque roue d'un véhicule. Cette architecture est dédoublée pour l'étude d'un train roulant, et quadruplée pour l'étude d'un véhicule complet à 4 roues.

---

1. Extrait du concours PT S11 2004

Les déplacements et efforts sont assurés par 3 vérins linéaires hydrauliques (axe vertical, latéral et longitudinal) et un vérin rotatif hydraulique pour simuler le freinage.

On s'intéresse ici à l'étude de l'asservissement en position de l'axe vertical sur une roue afin d'étudier les caractéristiques du système de suspension d'une roue. On propose en Figure 2 un schéma de l'asservissement de l'axe vertical.

Une commande  $U > 0$  fait déplacer le tiroir d'une distance  $x > 0$ . La pression  $P_1$  dans la chambre 1 va augmenter, celle  $P_2$  dans la chambre 2 diminuer par mise au refoulement. La différence de pression  $P_1 - P_2$  va générer un déplacement  $y > 0$  du piston du vérin vers la droite. Le déplacement sera stoppé par retour du tiroir de la servovalve en position médiane.

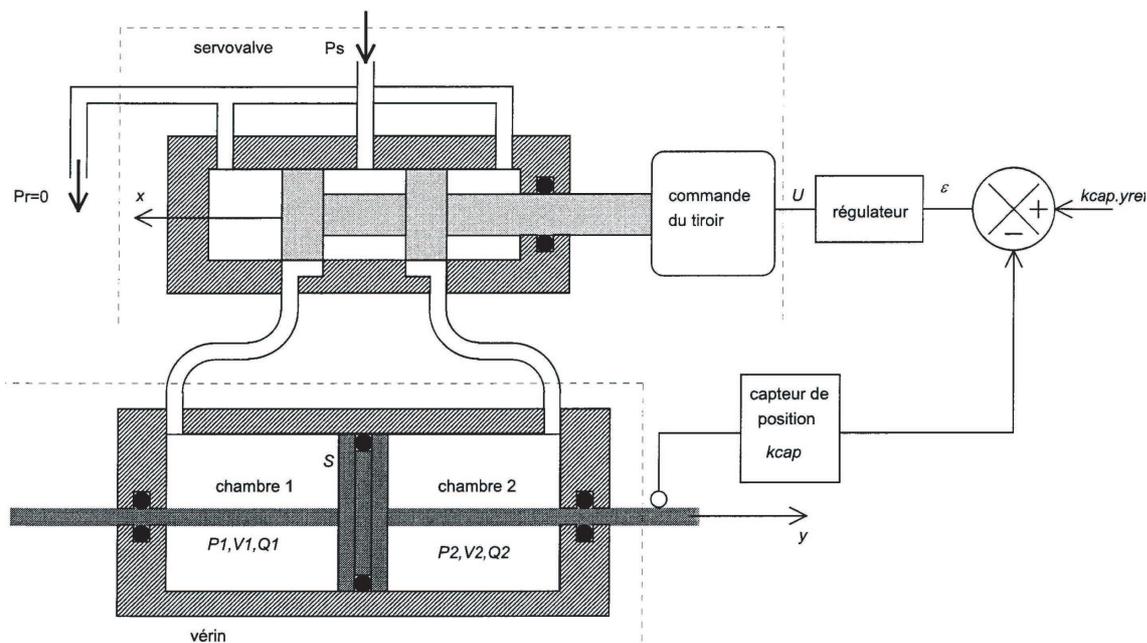


FIGURE 2 – Schématisation de l'ensemble vérin + servovalve.

On se propose de vérifier l'extrait du cahier des charges partiel donné dans le tableau suivant.

Performance	Critère	Niveau
Stabilité	bande passante à $-3 \text{ dB}$	$> 50 \text{ Hz}$
	marge de phase	$> 20^\circ$
Précision	écart de trainage	$\epsilon_t = 0$

Une modélisation de l'ensemble vérin + servovalve + charge, sous les hypothèses de fluide incompressible, pertes de charges négligées, et charge modélisée par un amortisseur comportant des frottements visqueux, aboutit à la fonction de transfert suivante :

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{6,35}{p(1 + 4,8 \cdot 10^{-7}p + 3,46 \cdot 10^{-6}p^2)}$$

La structure schéma bloc du système bouclé est alors celle proposée en Figure 3. Dans un premier temps, le correcteur  $COR(p) = K_{cor}$  est de type proportionnel.

Le capteur de position est modélisé par un gain pur  $k_{cap}$ . La course de  $381 \text{ mm}$  du piston du vérin est convertie en un signal compris entre  $0 \text{ V}$  et  $10 \text{ V}$ .

**Q 1 : Déterminer numériquement le gain du capteur de position  $k_{cap}$ .**

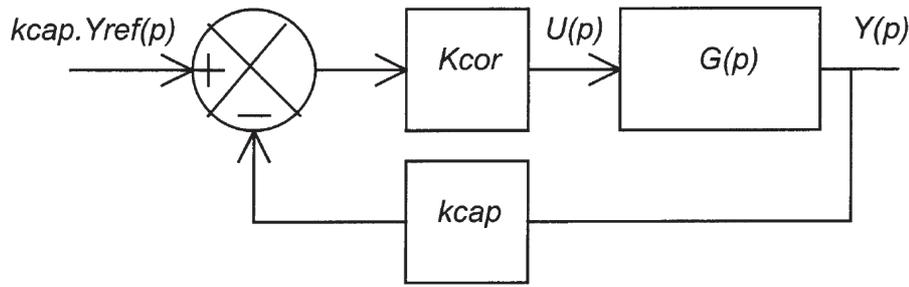


FIGURE 3 – Système bouclé avec correction.

**Q 2 :** Déterminer numériquement la plage de valeurs admissibles pour  $K_{cor}$  pour que le système bouclé soit stable par application du critère de Routh.

**Q 3 :** Déterminer numériquement l'amortissement et la pulsation propre non amortie du second ordre de  $G(p)$ . Quelle est la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée ( $FTBOC(p)$ ) pour la pulsation propre non amortie ?

**Q 4 :** Retrouver la valeur maximale admissible pour  $K_{cor}$  en limite de stabilité par le critère du revers.

Dans les questions suivantes, on utilisera  $K_{cor} = 0,0001$ .

**Q 5 :** Tracer l'allure des diagrammes de Bode de  $FTBOC(p)$ .

**Q 6 :** Déterminer numériquement la marge de phase  $M\phi$ .

**Q 7 :** Déterminer numériquement la marge de gain  $MG$ .

**Q 8 :** Pour ce réglage de correcteur proportionnel, quelle est la bande passante à  $-3$  dB ? Le CdC est-il vérifié ?

Afin d'éviter d'exciter le système avec des pulsations proches de  $\omega_0$ , on rajoute un filtre  $F(p)$  tel que :

$$COR(p) = K_{cor}F(p)$$

où  $K_{cor} = 0,0001$  et  $F(p) = \frac{3,461 \cdot 10^{-6} p^2 + 1}{6,923 \cdot 10^{-6} p^2 + 1,861 \cdot 10^{-3} p + 1}$ .

Les diagrammes de Bode réels de  $FTBOC(p)$ , ainsi qu'un zoom, sont donnés en Figure 4.

**Q 9 :** Par relevé graphique, déterminer la valeur maximale  $K_{cor}^{max}$  du correcteur  $K_{cor}$  respectant le critère de marge de phase du CdC.

Pour  $K_{cor} = 1$ , le diagramme de Bode réel en gain de la fonction de transfert en boucle fermée, ainsi qu'un zoom autour de la résonance, sont donnés en Figure 5.

**Q 10 :** À partir de  $FTBOC(p)$ , déterminer le gain statique en boucle fermée. En déduire graphiquement la valeur de la bande passant à  $-3$  dB. Conclure quant au respect du CdC.

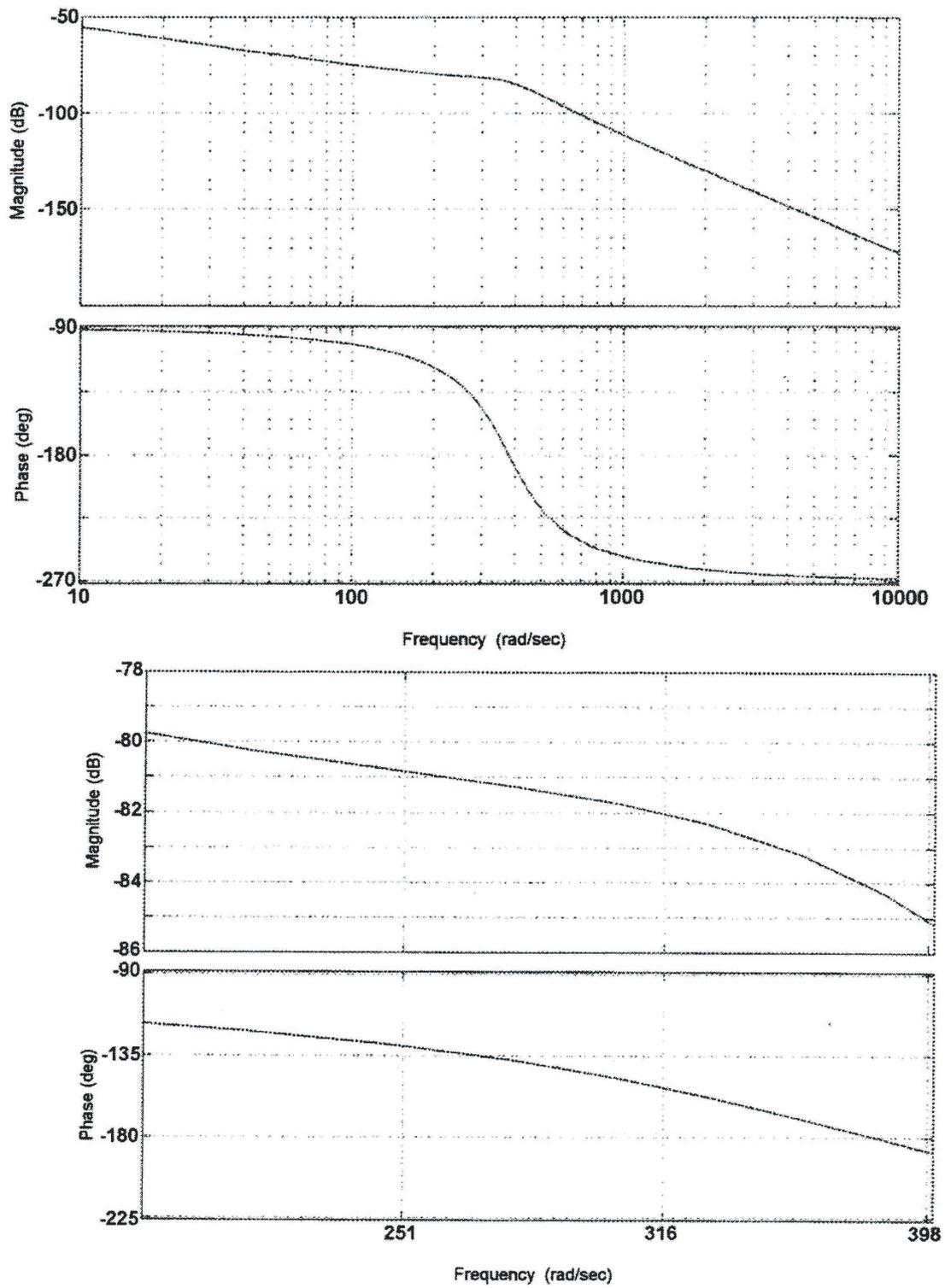


FIGURE 4 – Diagrammes de Bode de FTBOC(p) et zoom autour de  $-180^\circ$ .

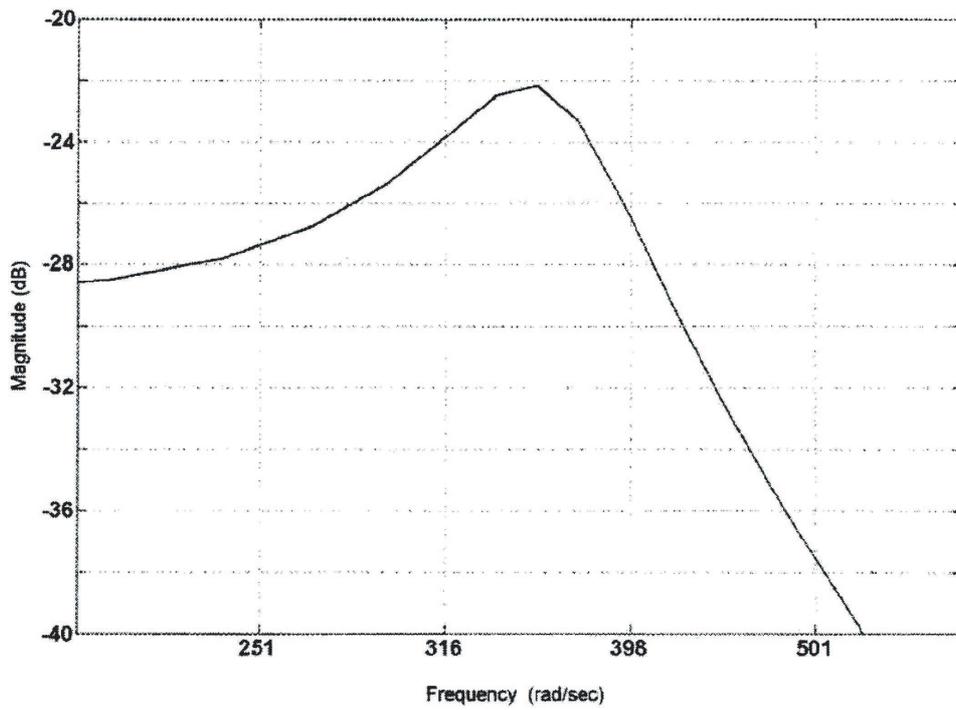
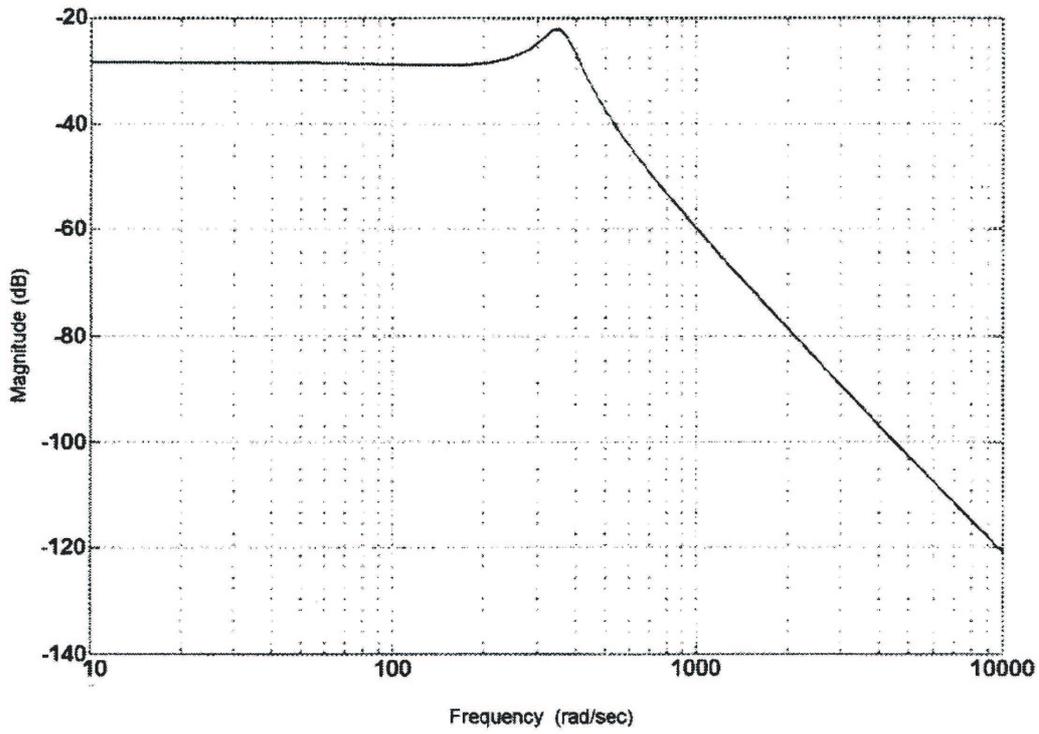


FIGURE 5 – Diagramme de Bode en gain de FTBFC(p) et zoom autour de la résonance pour  $K_{cor} = 1$ .

## 2 Centrale inertielle<sup>2</sup>

Une centrale inertielle est un système de navigation entièrement autonome muni en général de trois gyroscopes, de trois accéléromètres et d'un calculateur qui permet à un engin mobile de connaître en temps réel sa position et sa vitesse dans l'espace.



Le système étudié ici est destiné à effectuer des tests dynamiques et statiques sur des équipements inertiels embarqués dans tout type de véhicules (terrestres, marins, aériens et spatial).

Le sujet proposé concerne un testeur pouvant recevoir une enceinte pressurisée et régulée en température (c'est-à-dire climatisée) à l'intérieure de laquelle est installé l'équipement inertielle.

Ce testeur est en fait un robot constitué par conséquent d'une partie opérative représentée sur la Figure 6 et d'une partie commande munie d'un pupitre et d'un écran de contrôle.

La partie opérative est munie de deux axes pilotés par la partie commande et assurant un asservissement en mode vitesse et en mode position, de façon synchronisée ou indépendante, sur ces deux axes.

En robotique de manière simplifiée, on nomme « axe », pour axe numérique, chaque degré de mobilité de la partie opérative, asservi en vitesse et en position.

Sur la Figure 6, on peut voir le premier axe toujours horizontal (l'axe  $\theta$ ) actionné par deux motoréducteurs  $M_1$  et  $M'_1$  et le deuxième axe normal au plan du plateau circulaire (l'axe  $\phi$ ) actionné par un motoréducteur  $M_2$ .

**Objectif de l'étude :** Valider les performances de la boucle d'asservissement en vitesse de l'axe  $\phi$ . Le principe retenu pour l'asservissement en position et en vitesse de cet axe est décrit sur la Figure 7.

La modélisation du moteur aboutit à représenter le système selon le schéma blocs de la Figure 8, où  $U_c(p)$  est la tension de consigne d'alimentation du moteur,  $C_r(p)$  le couple résistant perturbateur et  $\Omega(p)$  la vitesse de rotation du moteur.

---

2. Extrait du concours E3A MP 2005

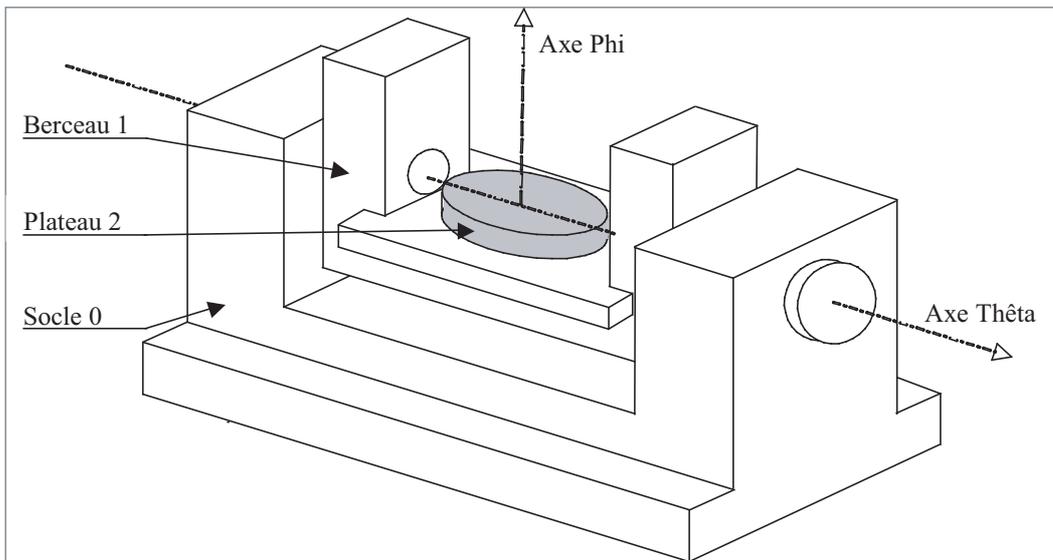


FIGURE 6 – La partie opérative du testeur.

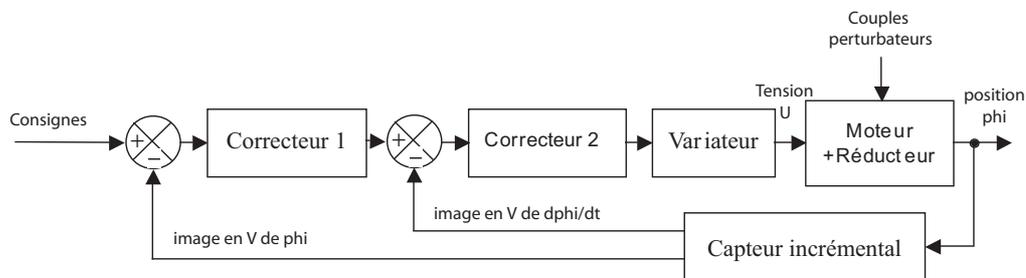


FIGURE 7 – Schéma bloc de l'asservissement de l'axe  $\phi$ .

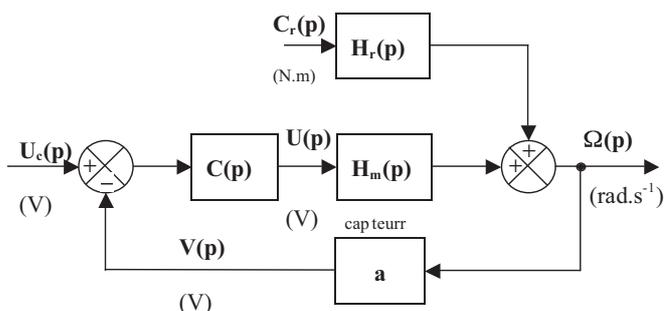


FIGURE 8 – Schéma bloc de l'asservissement de l'axe  $\phi$ .

Sur ce schéma,

$C(p)$  est la fonction de transfert du correcteur,

$H_m(p)$  celle du moteur électrique,

et  $H_r(p) = 0,37 \frac{1+0,492p}{1+10,34p+5,1p^2}$  avec  $K_r = 0,37 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

## 2.1 Étude de la stabilité du système asservi non corrigé

Le moteur est représenté par la fonction de transfert :  $H_m(p) = \frac{0,5}{(1+10p)(1+0,5p)}$ . Le gain du capteur vaut  $a = 2 \text{ V.rad}^{-1} \cdot \text{s}$ .

Performance	Critère	Niveau
Stabilité	marge de gain	10 dB
	marge de phase	45°
Sensibilité aux perturbations	insensibilité en vitesse	impératif

On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que le couple résistant perturbateur est nul, soit  $C_r(p) = 0$ .

On note  $H_a(p)$  la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (voir Figure 8 avec  $C(p) = 1$ ).

**Q 11 : Exprimer  $H_a(p)$  en fonction de  $H_m(p)$ . En déduire son expression numérique.**

Les diagrammes de Bode de  $H_m(p)$  sont donnés sur le document réponse DR2.

**Q 12 : Sur le document réponse DR2, tracer en bleu les diagrammes asymptotiques en gain et en phase de la fonction de transfert  $H_m(p)$  puis en rouge ceux de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_a(p)$ .**

**Q 13 : Déterminer graphiquement les marges de gain et de phase. Le système asservi non corrigé a-t-il un niveau de stabilité suffisant vis à vis du Cahier des Charges ?**

## 2.2 Sensibilité à la perturbation du système asservi non corrigé

On applique en consigne un échelon de tension d'amplitude  $U_{c0}$  permettant d'obtenir une vitesse de rotation en régime permanent de  $N_0 = 2320 \text{ tr.min}^{-1}$  quand le couple résistant perturbateur est nul.

Brusquement on applique un couple résistant perturbateur modélisable par un échelon d'amplitude  $C_{r0} = -25 \text{ N.m}$ . On note  $N_{r0}$  la nouvelle vitesse de rotation du moteur en régime permanent et l'écart  $\Delta N = N_0 - N_{r0}$ .

**Q 14 : Donner l'expression de  $\Delta N$  et sa valeur numérique. Le CdC est-il vérifié ?**

## 2.3 Étude du système asservi avec correction proportionnelle

On utilise maintenant un correcteur proportionnel de gain  $K_P$ , donc  $C(p) = K_P$ .

On note  $H_b(p)$  la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel.

On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que  $C_r(p) = 0$ .

**Q 15 : Donner l'expression de la fonction de transfert  $H_b(p)$  en fonction de  $K_P$  (voir Figure 8).**

On appelle  $M_G$  la marge de gain et  $M_\phi$  la marge de phase du système asservi.

**Q 16 : a) Évaluer la valeur de  $K_P$  pour que la marge de phase soit voisine de la valeur limite du CdC.**

**b) Sur le document DR2, tracer en vert les courbes réelles pour cette valeur de  $K_P$ .**

**c) Que vaut la marge de gain ?**

**Sensibilité à la perturbation.**

**Q 17 : Donner l'expression de  $\Delta N$  en réponse à un échelon de perturbation d'amplitude  $C_{r0}$ . Le CdC peut-il être vérifié ? Ce type de correcteur est-il suffisant ?**

### 2.4 Étude du système asservi avec correction proportionnelle et intégrale

A partir d'un système proportionnel de gain  $K_p^*$  et d'un système intégrateur pur de gain  $K_i$ , placés en parallèles, on réalise un correcteur proportionnel intégral.

**Q 18 :** Faire un schéma et montrer que la fonction de transfert du correcteur proportionnel intégral est de la forme :  $C(p) = \frac{K(1+T.p)}{p}$ .

**Q 19 :** Sur votre copie tracer le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur seul. Compléter avec l'allure des courbes réelles. Indiquer toutes ses valeurs caractéristiques (les pentes des asymptotes et la pulsation, le gain, la phase au point de cassure).

On note  $H_c(p)$  la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral. On considère ici que le système n'est pas perturbé donc que  $C_r(p) = 0$ .

**Q 20 :** Donner l'expression de  $H_c(p)$  en fonction de  $K$  et  $T$  en particulier.

A l'aide d'un logiciel de simulation on obtient un réseau de 4 courbes qui sont les lieux de transfert dans le plan de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée par le correcteur proportionnel et intégral pour quelques valeurs de  $K$  et de  $T$  (voir Figure 9).

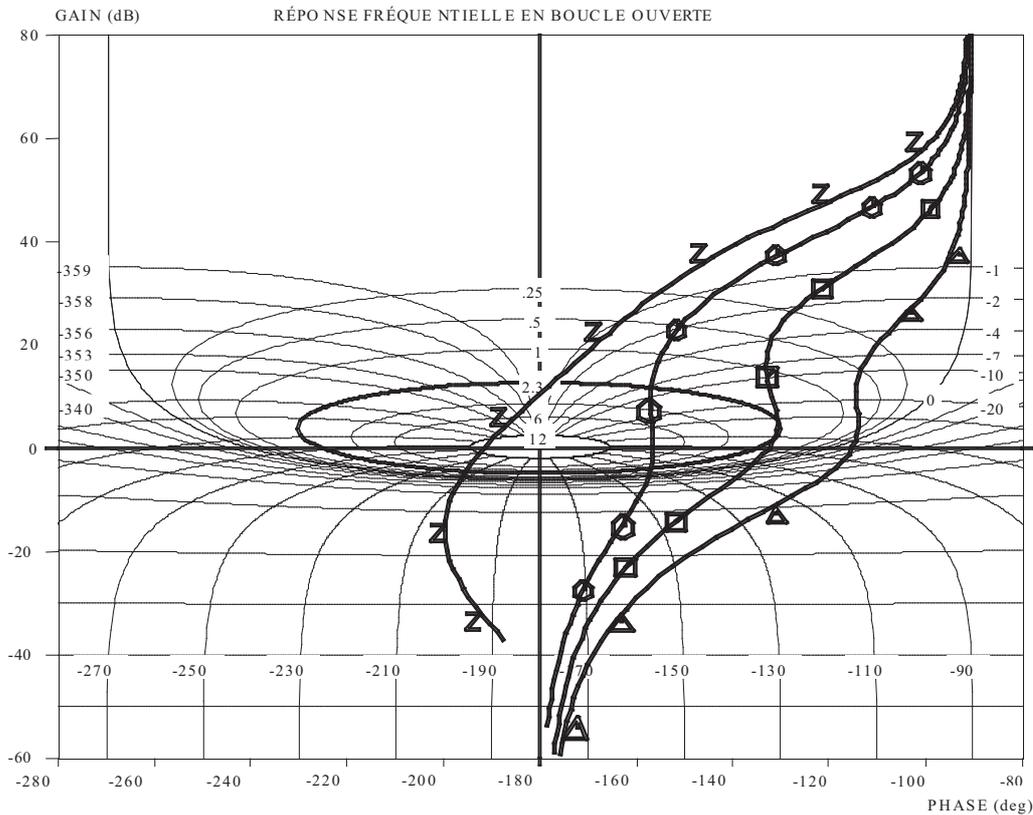


FIGURE 9 – Lieux de transfert .

Chaque courbe correspond à un couple de valeur de  $K$  et de  $T$  différent selon le tableau suivant :

Courbe	1	2	3	4
Repère	Z	○	□	△
$K$	10	10	4	1
$T$ (s)	0,1	1	2,5	5

Q 21 : Déterminer, pour chacun des 4 cas :

- si le système asservi est stable ou instable selon le critère du revers,
- une évaluation de la marge de gain,
- une évaluation de la marge de phase.

Q 22 : Le niveau de stabilité demandé dans le CdC est-il atteint? Dans quel(s) cas? S'il existe au moins 2 possibilités choisir le cas le plus favorable en terme de rapidité. Justifier.

Q 23 : Le système asservi avec correction proportionnelle et intégrale est-il encore sensible à la perturbation? Justifier.

Document Réponse DR2 :

